

**Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА»  
(ФАКУЛЬТЕТ ВМК МГУ)**

УДК 004.9, 519.6

№ госрегистрации 01201176783

Инв.№

УТВЕРЖДАЮ  
Декан, академик РАН

\_\_\_\_\_ Е.И. Моисеев  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

**ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**

Исследования и разработка методов автоматического обнаружения и подавления артефакта ложного оконтуривания для современных технологий компьютерной обработки изображений.

по теме:

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОСТАВЛЕННЫХ ПЕРЕД НИР ЗАДАЧ  
(промежуточный)

Шифр: «2011-1.9-519-020»

Руководитель темы

\_\_\_\_\_ 13.11.12 А.С. Крылов  
подпись, дата

Москва 2012

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы,

д. ф.-м. н., профессор

\_\_\_\_\_ 31.10.12 А.С. Крылов (введение, разделы 1-3,  
подпись, дата заключение)

Исполнители темы:

д. ф.-м. н., профессор

\_\_\_\_\_ 31.10.12 А.М. Денисов (раздел 3)  
подпись, дата

к. ф.-м. н., ст. преп.

\_\_\_\_\_ 31.10.12 М.М. Мизотин (разделы 2, 3)  
подпись, дата

к. ф.-м. н., с.н.с.

\_\_\_\_\_ 31.10.12 Д.В. Юрин (раздел 2)  
подпись, дата

к. ф.-м. н., н.с.

\_\_\_\_\_ 31.10.12 Е.В. Никитина (введение, разделы 1, 3)  
подпись, дата

к. ф.-м. н., вед. матем.

\_\_\_\_\_ 31.10.12 А.С. Лукин (раздел 3)  
подпись, дата

к. ф.-м. н., м.н.с.

\_\_\_\_\_ 31.10.12 А.В. Насонов (введение, разделы 1-3,  
подпись, дата заключение)

математик

\_\_\_\_\_ 31.10.12 А.С. Семашко (раздел 2)  
подпись, дата

математик

\_\_\_\_\_ 31.10.12 И.Т. Ситдииков (раздел 3)  
подпись, дата

математик

\_\_\_\_\_ 31.10.12 А.А. Насонова (разделы 2, 3)  
подпись, дата

математик

\_\_\_\_\_ 31.10.12 В.В. Сергеев (раздел 2)  
подпись, дата

Нормоконтролёр:

к. ф.-м. н., н.с.

\_\_\_\_\_ 31.10.12 Е.В. Никитина  
подпись, дата

## РЕФЕРАТ

Отчет 106 с., 1 ч., 29 рис., 1 табл., 25 источников.

### ЭФФЕКТ ГИББСА, АРТЕФАКТ ЛОЖНОГО ОКОНТУРИВАНИЯ, ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ, БАЗОВЫЕ КОНТУРЫ, БАЗА ДАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

На втором этапе работ «Теоретические исследования поставленных перед НИР задач» по проекту «Исследования и разработка методов автоматического обнаружения и подавления артефакта ложного оконтуривания для современных технологий компьютерной обработки изображений» был проведён комплекс исследований, нацеленных на создание алгоритма обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях:

Разработана программа и методика тестирования разрабатываемых алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

Создана база данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

Проведён теоретический и экспериментальный анализ эффекта Гиббса. На основе проведённого анализа разработаны алгоритмы оценки уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях.

Разработан комплекс алгоритмов для подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях. Для изображений общего типа был разработан алгоритм, основанный на проектировании изображения на множество изображений с ограниченной полной вариацией. Для задачи подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания после повышения разрешения изображений был предложен метод выбора значения полной вариации в явном виде. Дополнительно был предложен блочный подход, позволяющий сгладить неравномерность подавления эффекта Гиббса для изображений с неоднородной структурой.

Рассмотрены применения разработанных алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания для задачи повышения резкости изображений глазного дна, для задачи подавления эффекта Гиббса на изображениях магнитно-резонансной томографии и для задачи повышения качества изображений текста.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>8</b>
<b>1 Разработка программы и методики тестирования разрабатываемых алгоритмов</b>	<b>12</b>
<b>2 Создание и наполнение тестовой базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием</b>	<b>14</b>
2.1 Общая структура базы данных	14
2.2 Описание алгоритмов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания	16
2.2.1 Методы моделирования эффекта Гиббса, основанные на низкочастотной фильтрации	16
2.2.1.1 Моделирование эффекта Гиббса с помощью отсечения высокочастотных коэффициентов преобразования Фурье	16
2.2.1.2 Моделирование эффекта Гиббса с помощью отсечения высокочастотных коэффициентов разложения по функциям Эрмита	19
2.2.2 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при повышении разрешения изображений	25
2.2.2.1 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью линейных методов интерполяции	26
2.2.2.2 Регуляризирующий метод увеличения изображений	27
2.2.3 Методы повышения резкости и подавления размытия	28
2.2.3.1 Нерезкое маскирование	28
2.2.3.2 Регуляризирующий метод повышения резкости	28
2.2.4 Получение эффекта Гиббса и ложного оконтуривания в реальных условиях	29
2.2.4.1 Возникновение эффекта ложного оконтуривания при аналоговой передаче видеосигнала	29

2.2.4.2	Возникновение эффекта Гиббса в магнитно-резонансной томографии	30
2.2.5	Возникновение эффекта Гиббса при разложении радиально-симметричных изображений в ряд по функциям Лагерра	31
2.3	Выбор изображений для базы данных	36
2.3.1	Выбор изображений для референсной части базы данных	36
2.3.1.1	Выбор изображений для общей подгруппы референсной части базы данных	36
2.3.1.2	Выбор изображений для подгруппы телевизионных изображений референсной части базы данных	43
2.3.1.3	Выбор изображений для подгруппы радиально-симметричных изображений референсной части базы данных	46
2.3.2	Выбор изображений для неререференсной части базы данных	47
2.4	Описание структуры базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием	50
<b>3</b>	<b>Разработка алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях</b>	<b>65</b>
3.1	Разработка алгоритмов обнаружения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях	65
3.1.1	Определение ширины контуров	65
3.1.1.1	Модель профиля границы изображения	65
3.1.1.2	Оценка ширины профиля границы изображения	67
3.1.1.3	Оценка ширины профиля границы изображения при наличии шума	69
3.1.2	Нахождение базовых контуров и областей базовых контуров	71
3.1.2.1	Нахождение базовых контуров	71
3.1.2.2	Нахождение областей базовых контуров	73

3.1.3	Многомасштабный анализ значений взвешенной полной вариации профилей контуров на основе вычислительного эксперимента	74
3.1.3.1	Многомасштабный анализ профилей контуров	75
3.1.4	Определение уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания	80
3.1.4.1	Определение уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на основе анализа изменения взвешенной полной вариации профилей контуров при гауссовом размытии	80
3.1.4.2	Определение уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью вычисления отношения направленных производных в окрестности базовых контуров	81
3.2	Разработка алгоритмов подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях	82
3.2.1	Подавление эффекта Гиббса и ложного оконтуривания для изображений общего типа	82
3.2.2	Подавление эффекта Гиббса и ложного оконтуривания после повышения разрешения изображений	85
3.2.3	Подавление размытия и повышение резкости с контролем уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания	87
3.3	Практические применения алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания	87
3.3.1	Повышение качества изображений текста	87
3.3.2	Повышение резкости изображений глазного дна с использованием контроля эффекта ложного оконтуривания	88
3.3.3	Подавление эффекта ложного оконтуривания в медицинских изображениях МРТ	91
<b>4</b>	<b>Создание и наполнение тестовой базы данных изображений, сжатых JPEG2000 и другими алгоритмами, с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием</b>	<b>96</b>

4.1 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при сжатии JPEG	96
4.2 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при сжатии JPEG2000	97
<b>Заключение</b>	<b>100</b>
<b>Список использованных источников</b>	<b>104</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

Артефакт ложного оконтуривания представляет собой волны или осцилляции от высококонтрастных контуров на изображениях. Этот артефакт вызван искажением или потерей высокочастотной информации на изображениях и встречается в широком наборе классов изображений, например, на изображениях, полученных в результате подавления эффекта размытия, на изображениях магнитно-резонансной томографии, на изображениях, подвергнутых передаче через аналоговые каналы связи, и многих других. В математических методах обработки изображений этот артефакт также называют эффектом Гиббса.

Существует множество путей для возникновения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях. Их объединяет общая причина — потеря или искажение высокочастотной информации. Тем не менее, вид эффекта ложного оконтуривания может отличаться при различных искажениях высокочастотной информации. При полном отсечении высокочастотной информации возле каждого контура возникает большое число осцилляций равной ширины с уменьшающейся по мере удаления от контура амплитудой, форма и амплитуда осцилляций может быть вычислена аналитически. На практике чаще встречается искажение высокочастотной информации, а не полная её потеря. В этом случае обычно присутствует не более одной или двух осцилляции нерегулярной формы и амплитуды.

Эффект Гиббса и ложное оконтуривание обычно возникают после действия различных алгоритмов обработки изображений. Наиболее часто артефакт ложного оконтуривания возникает после сжатия с потерями. В основе многих используемых в настоящее время алгоритмах сжатия изображений и видео лежит преобразование изображения из пространственного представления в частотное с последующим кодированием частотных коэффициентов. При высоких требованиях к коэффициенту компрессии происходит сильное квантование высокочастотных коэффициентов, приводящее к потере высокочастотной информации. В зависимости от класса сжимаемых изображений, уровня и алгоритма компрессии, данный артефакт может быть как практически незаметным, так и раздражающим. Чрезмерно сильное повышение резкости контуров на размытых изображениях может также привести к неприятным окаймлениям возле контуров.

В некоторых случаях на исходных изображениях уже присутствует артефакт ложного оконтуривания, например на изображениях магнитно-резонансной томографии. Результатом томографии является частотно-фазовая информация об изображении. При реконструкции магнитно-резонансных изображений в пространственных координатах эффект Гиббса возникает при недостаточной частоте дискретизации. В аналоговых стандартах телевидения, таких как NTSC, PAL, SECAM, передаваемый сигнал состоит из яркостной компоненты (Y) и цветowych компонент (U и V). По сравнению с яркостной компонентой, частотная полоса, отводимая под цветowe компоненты, существенно уже. Ограниченная полоса пропускания сигнала приводит к потере высокочастотной информации в цветowych компонентах и цветowому окаймлению контуров. Помимо этого, при недостаточно качественном сигнале, возможно появление окаймления и в яркостном канале (Y). Также многие современные телевизоры обладают фильтрами повышения резкости изображений, в реальной ситуации же эти фильтры приводят к чрезмерному контрастированию контуров с появлением артефакта ложного оконтуривания.

Для создания эффективных алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях важно проведение теоретического анализа свойств эффекта Гиббса и ложного оконтуривания, возникающего в результате действия различных процессов, например, при передаче изображения по аналоговому каналу при телевидении, при обработке изображений различными методами повышения резкости, при компрессии и т.д., при этом важно охватить максимально возможное число источников возникновения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

Быстрый прогресс в области компьютерной техники позволяет применять для решения задач обработки и анализа изображений всё более современные математические методы. Более того, многие достижения в области обработки и анализа изображений во многом связаны именно с применением математических методов. Математические методы, ранее возникшие и развившиеся при решении задач в различных прикладных областях, являются ценным источником для создания новых мультимедийных алгоритмов, в частности для создания

алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях.

Высокая производительность компьютеров в настоящее время даёт возможность в реальном времени использовать сложные итерационные методы обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

Ключевым моментом для разработки алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях является создание базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием. База данных содержит набор тестовых изображений, для каждого из которых был применён набор алгоритмов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. База данных позволит выявить характеристики, общие как большого класса типов артефакта ложного оконтуривания, так и характеристики, специфичные для конкретных типов артефакта ложного оконтуривания. Для создания базы данных должны быть рассмотрены всевозможные источники возникновения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания, но при этом количество методов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания не должно быть избыточным.

Ещё одним ключевым моментом является теоретический и экспериментальный анализ эффекта Гиббса. На реальных изображениях помимо эффекта Гиббса и ложного оконтуривания присутствует также множество других артефактов, таких как размытие, шум, снижение контрастности, блочный эффект. Эти артефакты затрудняют анализ свойств эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. Необходимым условием для проведения этого анализа является моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания в условиях, близких к идеальным, с последующей проверкой полученных результатов на реальных изображениях.

Целью проекта является разработка алгоритмов оценки и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях в автоматическом режиме.

Важнейшими этапами для разработки алгоритмов оценки и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях являются выработка программы и методики тестирования разрабатываемых алгоритмов обнаружения и

подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания и создание базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

Создание базы данных позволяет выявить характеристики, общие как большого класса типов артефакта ложного оконтуривания, так и характеристики, специфичные для конкретных типов артефакта ложного оконтуривания, и создать алгоритмы обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания, наиболее эффективные для определённых классов изображений.

# 1 РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ И МЕТОДИКИ ТЕСТИРОВАНИЯ РАЗРАБАТЫВАЕМЫХ АЛГОРИТМОВ

Ключевым моментом разработки программы и методики тестирования разрабатываемых алгоритмов является создание базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием. База данных содержит набор тестовых изображений, для каждого из которых был применён набор алгоритмов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. Каждый из алгоритмов был применён к тестовым изображениям с фиксированным набором параметров. Это позволяет использовать предположение о том, что изображения с моделированным эффектом Гиббса и ложного оконтуривания должны иметь одинаковые результаты оценки уровня эффекта ложного оконтуривания.

Важным алгоритмом анализа изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием является разработанный на предыдущем этапе проекта алгоритм выделения базовых контуров и областей базовых контуров. Базовые контуры — это контуры с высоким значением модуля градиента, удалённые от других контуров. Окрестности базовых контуров хорошо подходят для анализа эффекта ложного оконтуривания, так как в этих областях отсутствуют наводки от соседних контуров, приводящие к интерференции осцилляций эффекта Гиббса. Одним из свойств базовых контуров является их сохранение при понижении качества тестового изображения. Для выбора оптимальных параметров нахождения базовых контуров предлагается использовать следующую методику тестирования:

- Вычисление базовых контуров с одинаковыми параметрами для пары изображений из созданной базы данных: тестовое изображение и изображение с моделированным эффектом ложного оконтуривания.
- Попиксельное сравнение множеств областей базовых контуров.

В данной методике выбор оптимальных параметров алгоритма нахождения базовых контуров и их областей производится путём минимизации относительного числа различающихся пикселей при попиксельном сравнении областей базовых контуров. Нахождение оптимальных параметров позволит повысить качество разрабатываемых алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

Тестирование разрабатываемых алгоритмов обнаружения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания предлагается осуществлять по следующей программе:

- Вычисление уровня артефакта ложного оконтуривания для каждого из изображений созданной базы данных.
- Группировка полученных значений по используемым алгоритмам моделирования. Одна группа соответствует одному алгоритму с фиксированным набором параметров.
- Вычисление среднего значения и дисперсии по каждой из групп.

Основным критерием оценки качества работы алгоритмов обнаружения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания предлагается считать среднее значение полученных значений дисперсии.

Отдельно стоит рассматривать референсные (использующие исходное изображение высокого качества) и нереференсные (использующие только изображение с ложным оконтуриванием) алгоритмы оценки уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. Референсные алгоритмы могут позволить добиться большей точности при оценке качества изображений, что является необходимым для оценки качества алгоритмов подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

Тестирование разрабатываемых алгоритмов подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания предлагается проводить по следующей методике:

- Применение алгоритма подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания к изображениям из созданной базы данных.
- Оценка качества полученных результатов с помощью референсных метрик оценки уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания и вычисления метрик SSIM и MSE в областях базовых контуров (BEP, BEN).

## **2 СОЗДАНИЕ И НАПОЛНЕНИЕ ТЕСТОВОЙ БАЗЫ ДАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ЭФФЕКТОМ ГИББСА И ЛОЖНЫМ ОКОНТУРИВАНИЕМ**

Для разработки и анализа алгоритмов обнаружения и подавления эффекта ложного оконтуривания была создана база данных изображений с эффектом ложного оконтуривания, полученного в результате действия различных алгоритмов обработки изображений.

### ***2.1 Общая структура базы данных***

База данных состоит из двух основных частей:

- а) Референсная часть: содержит набор качественных референсных изображений и изображений с моделированным эффектом ложного оконтуривания по референсным изображениям. Также содержит таблицу со значениями метрик для каждого изображения. Состоит из следующих подгрупп:
  - 1) Общая подгруппа: набор фотографических изображений из стандартных баз изображений, используемых в обработке изображений, и высококачественных магнитно-резонансных изображений.
  - 2) Подгруппа телевизионных изображений: для каждого из референсных изображений дана низкокачественная версия, полученная при захвате аналогового телесигнала.
  - 3) Подгруппа радиально-симметричных изображений: помимо общих методов моделирования эффекта ложного оконтуривания, к данным изображениям применяется метод разложения по функциям Лагерра.
- б) Нереференсная часть: содержит изображения с эффектом ложного оконтуривания, для которых нет референсного изображения высокого качества. Моделирование эффекта ложного оконтуривания на данных изображениях не производится.

Для моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания для референсной части базы данных были выбраны алгоритмы обработки изображений, используемые на практике. Основным условием выбора алгоритмов моделирования было покрытие большинства источников эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. При создании базы данных были использованы следующие алгоритмы моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания:

- а) Получение эффекта Гиббса в чистом виде путём воздействия низкочастотных фильтров на изображение:
  - 1) Отсечение высокочастотных коэффициентов после дискретного преобразования Фурье.
  - 2) Отсечение высокочастотных коэффициентов после разложения по функциям Эрмита.
- б) Моделирование эффекта ложного оконтуривания при повышении разрешения изображений. Изображение уменьшается в определённое число раз, затем увеличивается до исходного размера. Были использованы коэффициенты масштабирования 2, 4 и 8. В качестве алгоритмов увеличения изображений были использованы:
  - 1) билинейная интерполяция;
  - 2) бикубическая интерполяция;
  - 3) интерполяция Ланцоша 3 порядка;
  - 4) регуляризирующий метод повышения разрешения изображений с тремя параметрами регуляризации.
- в) Моделирование эффекта ложного оконтуривания при подавлении размытия. Изображение подвергается действию оператора размытия, затем к изображению добавляется шум, после чего к изображению применяются алгоритмы повышения резкости. Были рассмотрены следующие алгоритмы:
  - 1) Нерезкое маскирование;
  - 2) Регуляризирующий метод подавления размытия.
- г) Моделирование эффекта ложного оконтуривания при повышении локального контраста с помощью нерезкого маскирования.

## **2.2 Описание алгоритмов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания**

В данном разделе описаны методы, использованные для моделирования изображений с эффектом Гиббса и ложного оконтуривания для базы данных. Детализированное описание использованных методов было представлено в отчёте за прошлый этап. В данном отчёте приведено краткое описание этих методов и их применение для моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

### **2.2.1 Методы моделирования эффекта Гиббса, основанные на низкочастотной фильтрации**

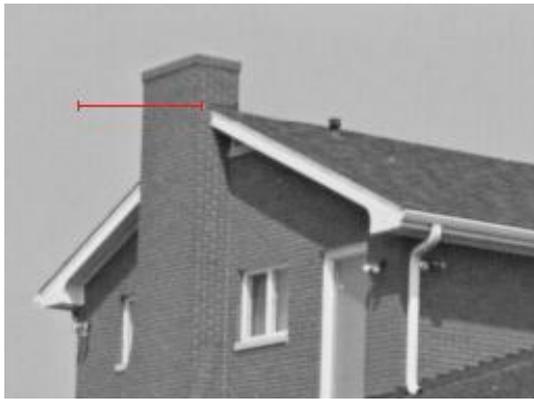
#### **2.2.1.1 Моделирование эффекта Гиббса с помощью отсечения высокочастотных коэффициентов преобразования Фурье**

Эффект Гиббса в чистом виде проявляется при отсечении высокочастотной информации изображения в спектре преобразования Фурье 1:

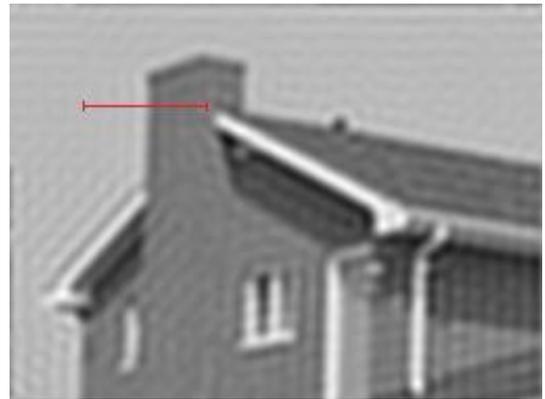
$$\hat{f}_{w_1, w_2} = \sum_{x=0}^{N_x} \sum_{y=0}^{N_y} f_{x,y} e^{-\frac{2\pi i}{N_x} x w_1 - \frac{2\pi i}{N_y} y w_2}, \quad (1)$$

где  $N_x$  и  $N_y$  — размеры изображения.

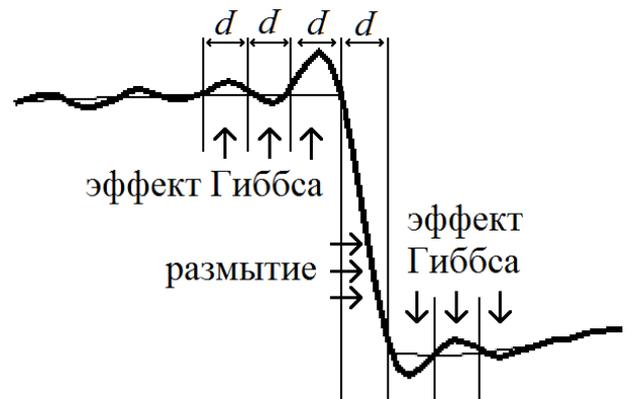
Если все частоты выше  $\frac{1}{2d}$  Hz удалены при преобразовании Фурье, то при обращении дискретного преобразования Фурье возникает эффект Гиббса, а контуры размываются. Ширина одиночной осцилляции эффекта Гиббса и ширина контура равны  $d$  пикселям. Пример отсечения высокочастотной информации показан на рисунке 1. Хотя число осцилляций эффекта Гиббса при отсечении высоких частот является бесконечным, на реальных изображениях обычно заметно не более 1–2 осцилляций.



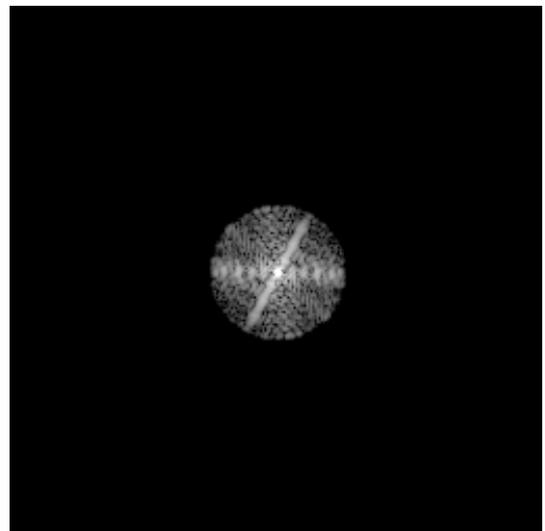
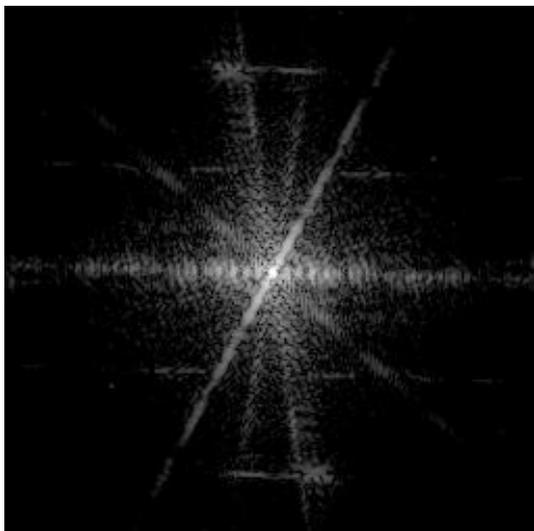
Исходное изображение



Результат отсечения высоких частот



Профили контуров



Модуль дискретного преобразования Фурье

Рисунок 1 — Возникновение размытия и эффекта Гиббса после отсечения высоких частот с параметром отсечения  $d = 4$ .

Дискретное преобразование Фурье предполагает, что функция является периодической с периодом, равным размеру изображения. При периодическом продолжении изображения на границах изображения возникают стыки, которые приводят к возникновению эффекта Гиббса возле границы изображения. Использование весовой функции Хэмминга даёт хорошие результаты для анализа спектра изображения, однако при её использовании для фильтрации изображения возникает шум на границах изображения. Для устранения стыков мы использовали чётное продолжение изображения до размера  $2N_x \times 2N_y$ .

Полный алгоритм моделирования эффекта Гиббса при отсечении частот выглядит следующим образом:

- Чётное продолжение изображения до размера  $2N_x \times 2N_y$ .
- Применение дискретного преобразование Фурье

$$\hat{g}_{w_1, w_2} = \sum_{x=0}^{2N_x} \sum_{y=0}^{2N_y} g_{x,y} e^{-\frac{2\pi i}{2N_x} x w_1 - \frac{2\pi i}{2N_y} y w_2}. \quad (2)$$

Изображение  $\hat{g}_{w_1, w_2}$  является комплекснозначным изображением размера  $2N_x \times 2N_y$ . В силу периодичности преобразования Фурье мы будем рассматривать не отрезки  $[0, 2N_x - 1]$  и  $[0, 2N_y - 1]$ , а отрезки  $[-N_x, N_x - 1]$  и  $[-N_y, N_y - 1]$  для  $w_1$  и  $w_2$  соответственно.

- Отсечение высокочастотной информации

$$\hat{h}_{w_1, w_2} = \begin{cases} 0, & \sqrt{\left(\frac{w_1}{2N_x}\right)^2 + \left(\frac{w_2}{2N_y}\right)^2} > \frac{1}{2p}, \\ \hat{g}_{w_1, w_2}, & \sqrt{\left(\frac{w_1}{2N_x}\right)^2 + \left(\frac{w_2}{2N_y}\right)^2} \leq \frac{1}{2p}. \end{cases} \quad (3)$$

- Применение обратного дискретного преобразования Фурье

$$h_{x,y} = \frac{1}{4N_x N_y} \sum_{w_1=N_x}^{N_x-1} \sum_{w_2=N_y}^{N_y-1} \widehat{h}_{w_1, w_2} e^{\frac{2\pi i}{2N_x} x w_1 + \frac{2\pi i}{2N_y} y w_2}. \quad (4)$$

- Обрезка изображения до размера  $N_x \times N_y$ .

### 2.2.1.2 Моделирование эффекта Гиббса с помощью отсечения высокочастотных коэффициентов разложения по функциям Эрмита

При разложении изображения по функциям Эрмита эффект Гиббса возникает, если число функций, используемых в разложении, недостаточно для представления изображения. Возникающий эффект аналогичен эффекту Гиббса для тригонометрических рядов, но в качестве частотной информации в данном методе используются коэффициенты разложения в ряд по функциям Эрмита – собственным функциям непрерывного преобразования Фурье.

Функции Эрмита удовлетворяют необходимым условиям для обработки непрерывных изображений, так как они образуют полную ортонормированную в  $L_2(-\infty, \infty)$  систему функций.

Функции Эрмита определяются как:

$$\varphi_n(x) = \frac{(-1)^n e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \cdot H_n(x), \quad (5)(6)$$

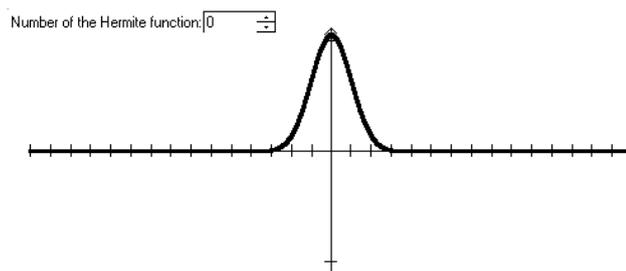
где  $n = 0, 1, 2, \dots$  и  $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d}{dx^n} (e^{-x^2})$  - полиномы Эрмита.

Они также могут быть определены следующими рекуррентными формулами:

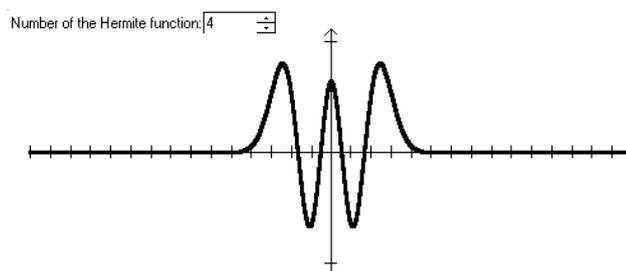
$$\begin{aligned} \varphi_n(x) = & x \sqrt{\frac{2}{n}} \varphi_{n-1}(x) - \\ & - \sqrt{\frac{n-1}{n}} \varphi_{n-2}(x), \quad n = 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-x^2/2}, \quad \varphi_1(x) = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-x^2/2}. \quad (8)$$

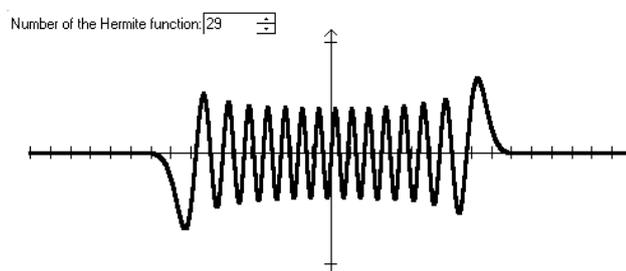
Графики функций Эрмита выглядят следующим образом (см. рисунок 2):



$\varphi_0(x)$



$\varphi_4(x)$



$\varphi_{29}(x)$

Рисунок 2 — Функции Эрмита.

Двумерные функции Эрмита определяются следующей формулой:

$$\Phi_{m,n}(x, y) = \varphi_m(x)\varphi_n(y). \quad (9)$$

Они образуют полную ортонормированную систему функций в пространстве  $L_2(-\infty, \infty) \times L_2(-\infty, \infty)$ . Исходное изображение может быть разложено в ряд по функциям Эрмита следующим образом:

$$I = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_{m,n} \Phi_{m,n}(x, y), \quad (10)$$

где

$$c_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) \Phi_{m,n}(x, y) dx dy. \quad (11)$$

Если ограничить число функций, используемых в разложении, возникает эффект Гиббса.

Приведем алгоритм моделирования эффекта Гиббса при разложении изображения в ряд по функциям Эрмита. Поскольку двумерные функции Эрмита являются сепарабельными, разложение изображения в ряд по двумерным функциям может быть представлено как суперпозиция одномерных разложений. Рассмотрим одномерный алгоритм разложения изображения по функциям Эрмита, называемый одномерной проекционной фильтрацией.

В одномерной проекционной фильтрации изображения строки изображения обрабатываются по очереди.

Во-первых, мы должны убрать базовые линии, потому что

$$\varphi_n(x) \rightarrow 0, |x| \rightarrow \infty \quad (12)$$

Таким образом, если мы имеем изображение  $I[j, i]$ ,  $i=0..width$ ,  $j=0..height$ , то тогда базовые линии можно определить как (см. рисунок 3):

$$baseline_j(i) = I[j, 0] + \frac{I[j, width] - I[j, 0]}{width} \cdot i \quad (13)$$

Далее, для каждой линии исходного изображения мы вычитаем вычисленную базовую линию из исходных данных и центруем результат относительно оси градаций.

Теперь полученное изображение готово для дальнейшей обработки. Перейдем к аппроксимации строк изображения с помощью функций Эрмита.

На этом этапе, мы должны выбрать число функций Эрмита для фильтрации. Далее мы растягиваем наш отрезок аппроксимации  $[-A_0, A_0]$  до отрезка  $[-A_1, A_1]$ , определенного по следующему критерию:

$$\int_{-A_1}^{A_1} \varphi_n^2(x) dx = 0.99, \quad (14)$$

где  $n$  — число функций Эрмита, используемых для аппроксимации.

Потом мы раскладываем функцию  $f(x)$ , полученную при вычитании базовой линии из  $j$  уровня исходного изображения, в ряд Фурье по функциям Эрмита:

$$\begin{aligned} value(x) &= \sum_{i=0}^{n-1} c_i \varphi_i(x) \\ c_i &= \int_{-A_1}^{A_1} f(x) \varphi_i(x) dx \end{aligned} \quad (15)$$

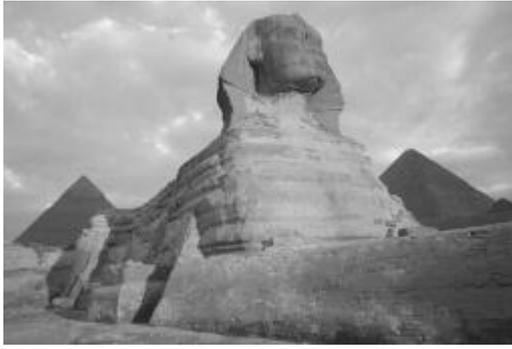
Так как функции Эрмита являются собственными функциями преобразования Фурье, то мы получаем и аппроксимацию преобразования Фурье для  $j$  уровня исходного изображения.

Аппроксимируя каждую линию нашего изображения, мы получим изображение с одномерной фильтрацией. Число функций для всех линий берется одинаковое. Поэтому полученный шаблон определяется базовыми линиями и коэффициентами разложения для каждой линии.

Если мы рассмотрим полученный шаблон исходного изображения как новое изображение, повернутое на  $90^\circ$ , и проведем для него все предыдущие вычисления, мы получим изображение с двумерной фильтрацией. Число функций для второго

прохода может быть отличным от числа функций, используемых на первом проходе. Следовательно, полученный двумерный шаблон определяется только базовыми линиями и коэффициентами разложения для каждого столбца одномерного отфильтрованного шаблона.

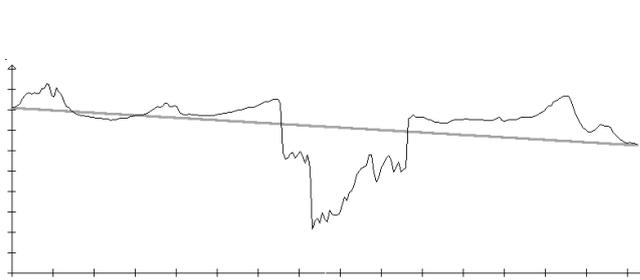
На рисунке 3 изображены исходное изображение и результат проекционной фильтрации с использованием 80 функций Эрмита на первом проходе и 60 функций Эрмита на втором проходе для изображения размера 255x172. Также на рисунке 3 изображена 30 строка изображения, базовая линия, вычисленная для данной строки, и результат аппроксимации данной строки с помощью 80 одномерных функций Эрмита.



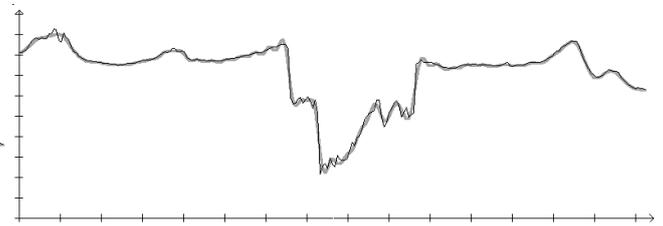
Исходное изображение



Результат проекционной фильтрации с использованием 80 функций Эрмита на первом проходе и 60 функций Эрмита на втором проходе



Базовая линия (толстая линия) и исходная линия (тонкая линия) для  $j=30$



Аппроксимированная линия (толстая линия) и исходная линия (тонкая линия) для  $j=30$  для 80 функций Эрмита

Рисунок 3 — Возникновение размытия и эффекта Гиббса при разложении изображения по функциям Эрмита.

Полный алгоритм моделирования эффекта Гиббса при отсечении высокочастотных коэффициентов разложения по функциям Эрмита выглядит следующим образом:

- Расширение изображения для устранения граничных эффектов.

На первом шаге производится расширение изображения на 8 пикселей слева, справа, сверху и снизу дублированием граничных пикселей для устранения граничных эффектов, вызванных тем, что изображение имеет конечные размеры. Изображение дополняется значениями ближайших известных пикселей.

- Разложение изображения по функциям Эрмита аналогично преобразованию Фурье.

- Отсечение высокочастотной информации аналогично преобразованию Фурье.

- Восстановление изображения по оставшимся низкочастотным функциям Эрмита.

- Сужение изображения на 8 пикселей.

### 2.2.2 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при повышении разрешения изображений

Задачей повышения разрешения изображений в  $s$  раз является построение изображения высокого разрешения, которое при уменьшении в  $s$  раз даст исходное изображение. Процесс понижения разрешения изображения может быть описан с помощью математической модели:

$$u = D_s H_{\sigma_0 \sqrt{s^2 - 1}} z, \quad (16)$$

где  $z$  — изображение высокого разрешения,  $u$  — изображение низкого разрешения с коэффициентом масштабирования  $s$ ,  $H$  — оператор свёртки с функцией Гаусса с радиусом  $\sigma_0 \sqrt{s^2 - 1}$ . Параметр  $\sigma_0$  определяется функцией рассеяния точки (PSF) камеры. Мы используем  $\sigma_0 = 0,4$ . Оператор  $D_s$  — это оператор прореживания

$$D_s [z]_{i,j} = z_{si,sj}. \quad (17)$$

Если коэффициент  $s$  не является целым, то значения пикселей интерполируются с помощью билинейной интерполяции.

Общий алгоритм моделирования артефакта ложного оконтуривания при повышении разрешения изображений в  $s$  раз ( $s$  — целое) выглядит следующим образом:

- Свёртка референсного изображения  $z$  с фильтром Гаусса с параметром  $\sigma = \sigma_0 \sqrt{s^2 - 1}$ ,  $\sigma_0 = 0,4$ :

$$[Hz]_{i_0, j_0} = \sum_{i,j} z_{i,j} G_{\sigma}(i_0 - i, j_0 - j), \quad (18)$$

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}. \quad (19)$$

- Понижение разрешения изображения в  $s$  раз

$$u_{i,j} = [DHZ]_{i,j} = [Hz]_{si,sj}. \quad (20)$$

- Повышение разрешения изображения  $u$  в  $s$  раз с помощью описанных ниже алгоритмов.

### ***2.2.2.1 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью линейных методов интерполяции***

Линейные методы интерполяции могут быть представлены в виде

$$z_{i_0,j_0} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} u_{i,j} K\left(\frac{i_0}{s} - i\right) K\left(\frac{j_0}{s} - j\right), \quad (21)$$

где  $K(t)$  — ядро интерполяции 4.

Для билинейной интерполяции

$$K(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{для } -1 < t < 1, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (22)$$

Использование данного метода интерполяции не приводит к возникновению эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. В базе изображений этот метод используется в качестве контрольного метода.

Ядро бикубической интерполяции записывается в виде

$$K(t) = \begin{cases} (a+2)|t|^3 - (a+3)|t|^2 + 1 & \text{для } |t| \leq 1, \\ a|t|^3 - 5a|t|^2 + 8a|t| - 4t & \text{для } 1 < |t| < 2, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (23)$$

Этот метод наиболее часто применяется для повышения разрешения изображений, параметр  $a$  мы берём равным  $-0,5$ .

Ядро интерполяции Ланцоша имеет вид

$$K_n(t) = \begin{cases} \text{sinc}(t) \cdot \text{sinc}\left(\frac{t}{n}\right) & \text{для } |t| < n, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (24)$$

Данный метод называется методом Ланцоша. Параметр  $n \in \mathbf{N}$  задаёт порядок ядра. Для моделирования эффекта ложного оконтуривания мы используем  $n = 3$ .

### 2.2.2.2 Регуляризирующий метод увеличения изображений

В регуляризирующем методе увеличения изображений задача повышения разрешения изображений ставится как обратная задача для задачи понижения разрешения (16) 255

$$Az = D_s[z * G_{\sigma_0 \sqrt{s^2-1}}] = u. \quad (25)$$

Эта задача является некорректно поставленной, для её решения используются регуляризирующие методы 6 вида

$$z_\lambda = \arg \min_{z \in Z} \left( \|Az - u\|_2^2 + \lambda \Omega[z] \right), \quad (26)$$

где  $\lambda$  — параметр регуляризации,  $\Omega[z]$  — стабилизатор.

Мы используем в качестве стабилизатора функционал билатеральной полной вариации 7

$$\Omega[z] = \|z\|_{BTV} = h \sum_{s,t=-p}^p \left( \gamma_{s,t} \sum_{i,j} |z_{i+s,j+t} - z_{i,j}| \right), \quad (27)$$

вычисляющий взвешенную сумму разностных производных на изображении  $z$ . Параметр  $p$  ограничивает количество направлений. Чем больше значение  $p$ , тем выше точность метода, но и выше его вычислительная сложность. Параметр  $\gamma_{s,t}$  задаёт веса для каждого из направлений.

Для создания базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием были использованы следующие параметры:  $\gamma_{s,t} = 0.8^{|s|+|t|}$  и  $p = 1$ .

Основной проблемой здесь является выбор параметра регуляризации  $\lambda$ , который не может быть эффективно оценен априори.

Мы использовали три значения параметра регуляризации:

- малое значение  $\lambda$ , приводящее к возникновению заметного ложного оконтуривания;
- большое значение  $\lambda$ , приводящее к сильной размытости контуров;
- среднее значение  $\lambda$ , при котором присутствует и слабо выраженная размытость, и слабо выраженное ложное оконтуривание.

## **2.2.3 Методы повышения резкости и подавления размытия**

### **2.2.3.1 Нерезкое маскирование**

Нерезкое маскирование представляет собой усиление высокочастотной информации:

$z_L = z * G_\sigma$  — низкочастотная компонента изображения,

$z_H = z - z_L$  — высокочастотная компонента изображения,

$z_\alpha = z_L + \alpha z_H$  — нерезкое маскирование.

Параметр  $\alpha$  является коэффициентом усиления высокочастотной информации, параметр  $\sigma$  определяет, какая часть высокочастотной информации будет усилена.

Если изображение было размыто фильтром Гаусса с радиусом  $\sigma$ , то при нерезком маскировании оптимальным является выбор параметра  $\sigma$ , совпадающего с  $\sigma$  размытия, при этом значение  $\alpha$  может варьироваться. Малые значения  $\alpha$  приводят к слабому усилению высокочастотной информации и сохранению размытия, когда как большие  $\alpha$  — к эффекту ложного оконтуривания.

Данный метод используется для моделирования эффекта ложного оконтуривания после размытия Гаусса. Также метод нерезкого маскирования с небольшим значением  $\sigma$  применяется непосредственно к тестовому изображению.

### **2.2.3.2 Регуляризирующий метод повышения резкости**

Нерезкое маскирование способно дать хороший результат только при отсутствии шума. Так как практически весь шум содержится в высокочастотной

компоненте изображения, то его интенсивность возрастает пропорционально коэффициенту  $\alpha$ .

Избежать повышения уровня шума позволяет регуляризирующий метод для задачи обращения свёртки:

$$z_R = \arg \min_{z'} \left( \|G_\sigma z' - z\|^2 + \lambda \|z'\|_V \right). \quad (28)$$

Практическое применение регуляризирующего метода показало недостаточную эффективность данного метода при повышении резкости зашумлённых размытых изображений, поэтому для базы данных был использован альтернативный подход, заключающийся в подавлении шума на результате работы метода нерезкого маскирования путём проектирования на множество изображений с ограниченной полной вариацией:

$$z_R = \arg \min_{z: \|z\|_V \leq \|z\|_V} \|z_\alpha - z\| \quad (29)$$

где  $z$  — размытое зашумлённое изображение,  $z_\alpha$  — результат применения нерезкого маскирования к изображению  $z$  с коэффициентом усиления высоких частот  $\alpha$ . Мы используем  $\alpha = 5$ .

## 2.2.4 Получение эффекта Гиббса и ложного оконтуривания в реальных условиях

### 2.2.4.1 Возникновение эффекта ложного оконтуривания при аналоговой передаче видеосигнала

Эффект ложного оконтуривания возникает при узкой пропускной способности аналогового канала передачи видеоизображений, например, в аналоговом телевидении или при сохранении видео в аналоговом формате. Особенностью ложного оконтуривания при этом является его возникновение только возле вертикальных контуров. Это связано с тем, что снижение пропускной способности канала влияет только лишь на горизонтальное разрешение.

На рисунке 4 приведены примеры изображений, искажённых при аналоговой передаче видеосигнала.



Рисунок 4 — Примеры кадров видео с эффектом Гиббса, возникшим после передачи видеосигнала через аналоговый канал.

#### ***2.2.4.2 Возникновение эффекта Гиббса в магнитно-резонансной томографии***

Результатом магнитно-резонансной томографии (МРТ) объекта является не само изображение, а его преобразование Радона, которое пересчитываются в частотные Фурье-коэффициенты. Для получения обычного изображения применяется обратное преобразование Фурье. На практике для уменьшения времени измерения и для получения адекватного соотношения сигнала к шуму ограничивается количество измеряемых величин. Это приводит к частотному ограничению. В результате при применении обратного преобразования Фурье получается изображение с ограниченным разрешением и эффектом ложного оконтуривания (эффектом Гиббса) возле резких контуров. На рисунке 5 приведены примеры изображений МРТ с эффектом Гиббса.

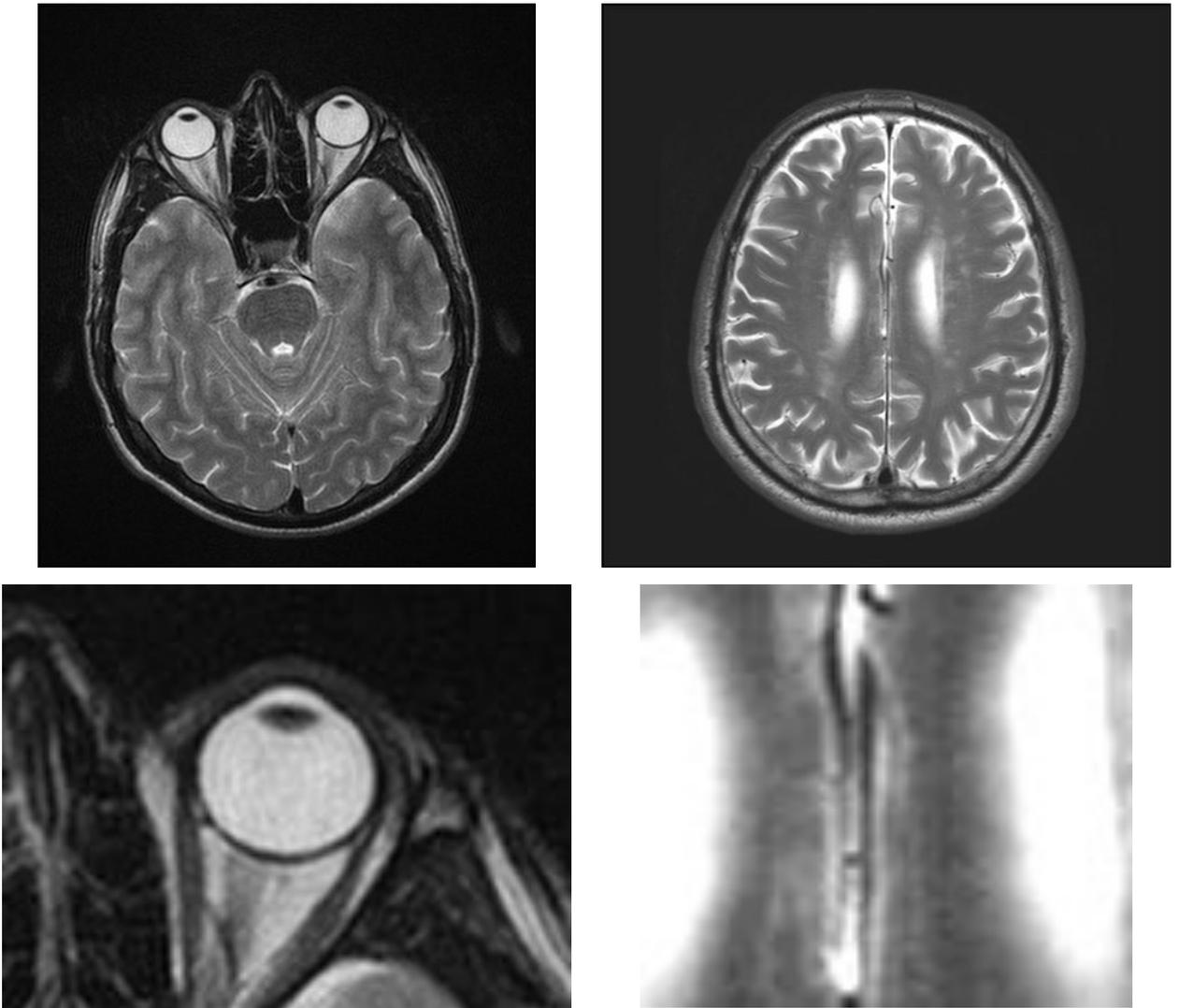


Рисунок 5 — Примеры изображений магнитно-резонансной томографии с эффектом Гиббса.

### **2.2.5 Возникновение эффекта Гиббса при разложении радиально-симметричных изображений в ряд по функциям Лагерра**

При обработке радиально-симметричных изображений возможно возникновение эффекта ложного оконтуривания. Задача обработки радиально-симметричных изображений возникает, например, при анализе интерферограмм Фабри-Перо (см. рисунок 6).

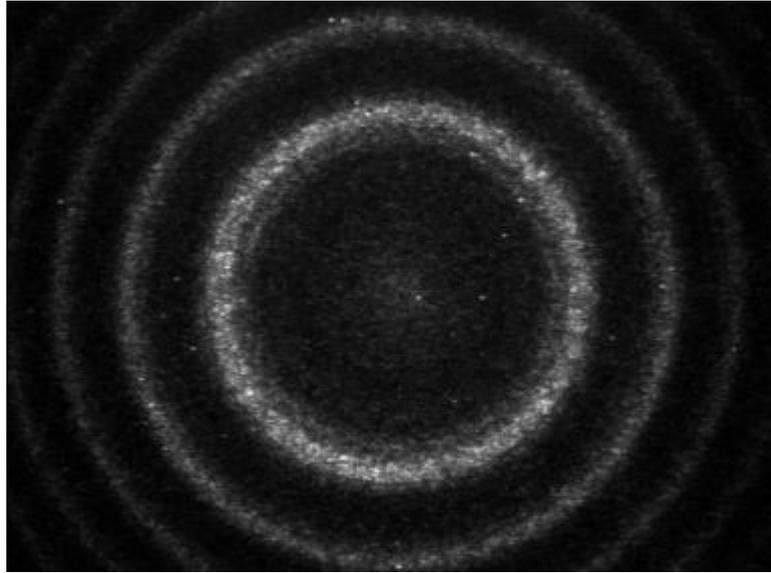


Рисунок 6 — Пример интерферограммы Фабри-Перо.

Интерферометр Фабри-Перо традиционно используется для спектрального анализа цвета. Концентрические окружности, образующие интерференционную картину, формируются оптической системой в плоскости многоканального фотодетектора. В результате интерферограмма представляется в виде цифрового изображения. Интерферограммы Фабри-Перо используются в задачах КАРС-спектроскопии 8 для анализа различных параметров9. Согласно физической модели, интерферограмма должна представлять собой радиально-симметричное изображение, определяемое следующим образом:

$$I(x, y) = i(r), \quad (30)$$

где

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, \quad x_c, y_c \text{ — координата центра.}$$

Однако, существуют особенности измерения интерферограмм, такие как низкая энергия излучения и отсутствие временного накопления (в силу нестационарной природы КАРС-сигнала). Данные особенности эксперимента приводят к появлению в интерферограмме шума, являющегося не радиально-симметричным:

$$\tilde{I}(x, y) = I(x, y) + \eta(x, y),$$

где  $I(x,y)=i(r)$  – исходное не зашумленное радиально-симметричное изображение,  $\eta(x, y)$  - высокочастотный шум.

Рассмотрим алгоритм шумоподавления радиально-симметричных изображений, основанный на разложении радиального профиля изображения в ряд по функциям Лагерра.

Функции Лагерра определяются следующим образом:

$$\psi_n^\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{n!\Gamma(n+\alpha+1)}} x^{\alpha/2} e^{-x/2} L_n^\alpha(x), \quad (31)$$

где  $L_n^\alpha(x) = (-1)^n x^{-\alpha} e^x (x^{n+\alpha} e^{-x})^{(n)}$  - полиномы Лагерра.

Функции Лагерра образуют полную ортонормированную в  $L_2[0, \infty)$  систему функций.

Рассмотрим систему функций:

$$\hat{\psi}_n^\alpha(x) = \sqrt{2x} \psi_n^\alpha(x^2). \quad (32)$$

Эти функции являются собственными функциями преобразования Ганкеля порядка  $\alpha$ :

$$H[f] = \int_0^\infty f(x) \sqrt{xk} J_\alpha(xk) dx, \quad (33)$$

где  $J_\alpha$  - функция Бесселя первого рода порядка  $\alpha$ . В случае радиальной симметрии, двумерное преобразование Фурье, применяемое для частотной фильтрации изображений, сводится к преобразованию Ганкеля порядка  $\alpha = 0$ . Поскольку функции  $\hat{\psi}_n^0(x)$  являются собственными функциями преобразования Ганкеля нулевого порядка, прямое вычисление преобразования может быть заменено разложением в ряд по функциям  $\hat{\psi}_n^0(x)$ . Это также целесообразно, т.к. функции Лагерра являются финитными с вычислительной точки зрения. При ограничении количества членов разложения высокочастотный шум подавляется.

Однако данная процедура также приводит к возникновению эффекта ложного оконтуривания.

Рассмотрим алгоритм шумоподавления радиально симметричных изображений, приводящий к возникновению данного эффекта.

Пусть дано исходное зашумленное изображение  $\tilde{I}(x, y)$ . Введем функции радиального профиля такого изображения в нескольких направлениях:

$$\tilde{i}_j(r) = \tilde{I}(r, \theta_j), \quad (34)$$

где

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, \quad (35)$$

$$\theta_j = \arctg\left(\frac{y - y_c}{x - x_c}\right) = \frac{2\pi j}{M}, \quad j = 0, \dots, M - 1, \quad (36)$$

$M$  — количество направлений. Обозначим усредненный по углу радиальный профиль изображения:

$$\tilde{i}_a(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{I}(r, \theta) d\theta. \quad (37)$$

Разложим введенные функции радиальных профилей в ряд по функциям  $\hat{\psi}_n^0(x)$ :

$$\tilde{i}_j(r) = \sum_{n=0}^{\infty} c_{nj} \hat{\psi}_n^0(r), \quad c_{nj} = \int_0^{\infty} \tilde{i}_j(r) \hat{\psi}_n^0(r) dr, \quad (38)$$

$$\tilde{i}_a(r) = \sum_{n=0}^{\infty} c_{na} \hat{\psi}_n^0(r), \quad c_{na} = \int_0^{\infty} \tilde{i}_a(r) \hat{\psi}_n^0(r) dr. \quad (39)$$

Для восстановления фильтрованного изображения будем использовать только  $N$  первых коэффициентов, соответствующих низким частотам изображения.

Среди них выберем коэффициенты, которые несут значимую информацию. Введем понятие стандартного отклонения для коэффициентов разложения:

$$sd_n = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} (c_{ja} - c_{na})^2}. \quad (40)$$

Введем множество индексов, использующихся для восстановления изображения:

$$J = \left\{ n : sd_n \leq \max_{n \in \{0, N-1\}} (sd_n) \cdot T_1 \right\} \cap \left\{ n : |c_{na}| \geq \max_{n \in \{0, N-1\}} (c_{na}) \cdot T_2 \right\}, \quad (41)$$

тогда изображение  $\bar{I}(x, y)$  вычисляется следующим образом:

$$\bar{I}(x, y) = \bar{i}(r), \quad (42)$$

где

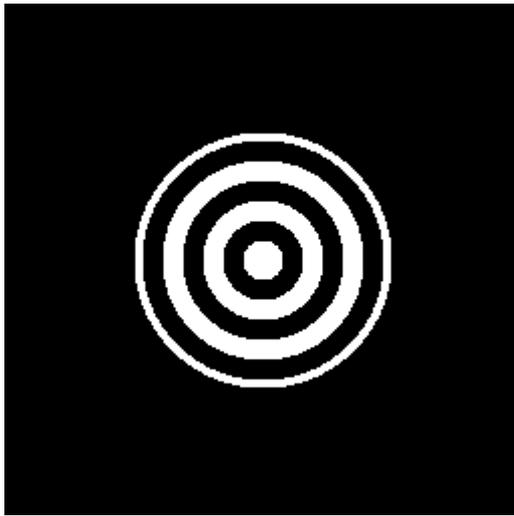
$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}, \quad (43)$$

а радиальный профиль определяется следующим образом:

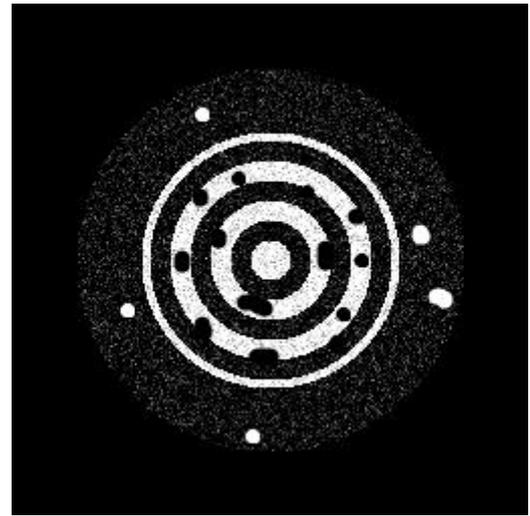
$$\bar{i}(r) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{n \in J} c_{nj} \hat{\psi}_n^0(r). \quad (44)$$

Параметры  $T_1$  и  $T_2$  подбираются, исходя из уровня шума.

Эффект ложного оконтуривания может быть смоделирован с помощью данного алгоритма. На рисунке 7 изображены модельное изображение, модельное изображения с внесенным шумом и результат обработки с помощью предложенного метода. В данном случае эффект ложного оконтуривания проявляется в виде тонких белых и черных концентрических окружностей, возникших в районе контуров изображения.



Модельное изображение



Модельное изображение с внесенным шумом



Результат обработки

Рисунок 7 — Возникновение эффекта Гиббса при фильтрации радиально-симметричных изображений с помощью разложения по функциям Лагерра.

## ***2.3 Выбор изображений для базы данных***

### ***2.3.1 Выбор изображений для референсной части базы данных***

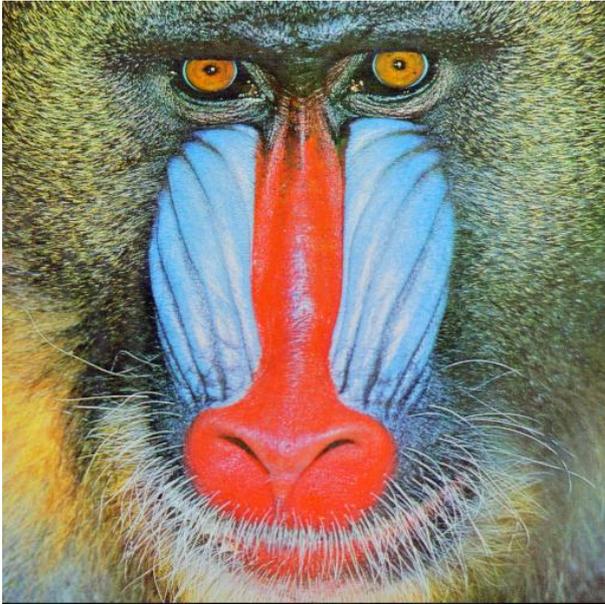
#### ***2.3.1.1 Выбор изображений для общей подгруппы референсной части базы данных***

Основным соображением при выборе изображений для общей подгруппы референсной части базы данных являлось присутствие этих изображений в других популярных базах данных изображений.

В качестве основных источников референсных изображений были выбраны следующие базы данных:

- База данных LIVE Image Quality Assessment Database 10. Эта база содержит изображения со следующими искажениями: сжатие JPEG, сжатие JPEG2000, гауссово размытие, белый шум, внесение ошибок в коэффициенты вейвлет-преобразования при сжатии JPEG2000.
- База данных USC-SIPI Image Database 11, содержащая популярные изображения, используемые для тестирования различных методов обработки изображений.

На рисунке 8 приведены изображения, использованные при создании разрабатываемой базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием. Изображения 1–21 — это популярные изображения, используемые для тестирования алгоритмов обработки изображений, присутствующие в различных базах тестовых изображений. Изображения 22–24 — это качественные изображения магнитно-резонансной томографии.



1. Изображение “baboon”, источник: база SIPI.



2. Изображение “barbara”, одно из стандартных изображений, используемых для тестирования алгоритмов обработки изображений, впервые использовано в базе Marco Schmidt's standard test images database.



3. Изображение “bikes”, источник: база LIVE.



4. Изображение “boats”, источник: база SIPI.



5. Изображение “cameraman”, одно из стандартных изображений, используемых для тестирования алгоритмов обработки изображений.



6. Изображение “caps”, источник: база LIVE.



7. Изображение “house”, источник: база LIVE.



8. Изображение “house”, источник: база SIPI.



9. Изображение “lena”, источник: база SIPI.



10. Изображение “lighthouse”, источник:  
база LIVE.



11. Изображение “lighthouse2”, источник:  
база LIVE.



12. Изображение “monarch”, источник: база  
LIVE.



13. Изображение “ocean”, источник: база  
LIVE.



14. Изображение “paintedhouse”, источник:  
база LIVE.



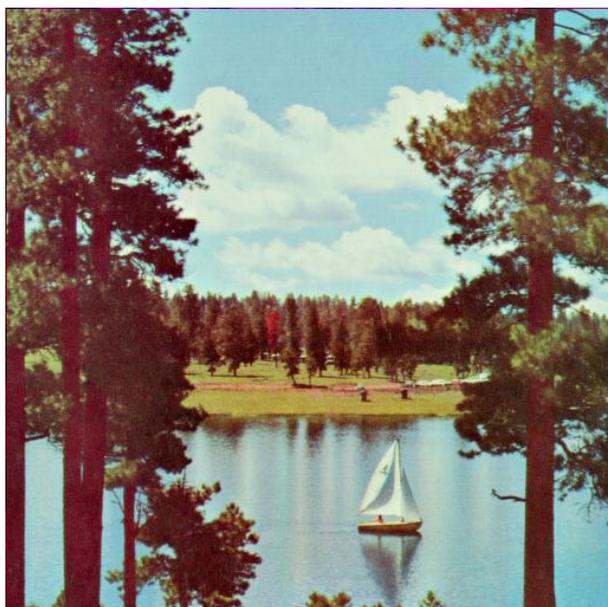
15. Изображение “parrots”, источник: база LIVE.



16. Изображение “peppers”, источник: база LIVE.



17. Изображение “plane”, источник: база LIVE.



18. Изображение “sailboat”, источник: база SIPI.



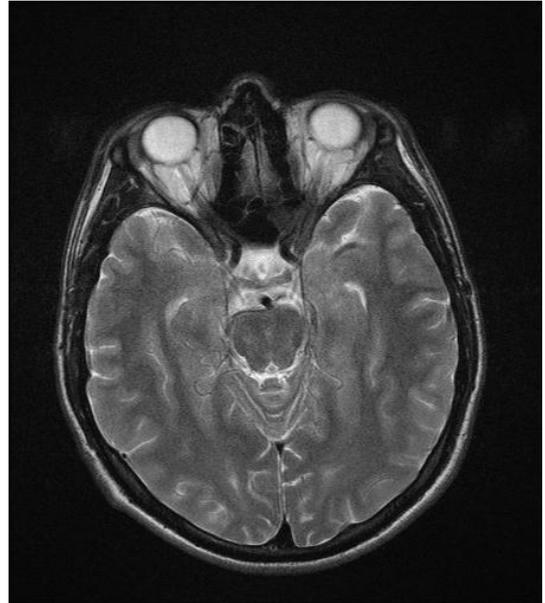
19. Изображение “stream”, источник: база LIVE.



20. Изображение “woman”, источник: база LIVE.



21. Изображение “womanhat”, источник: база LIVE.



22. Изображение “mri1”



23. Изображение “mri2”



24. Изображение “mri3”

Рисунок 8 — Тестовые изображения, использованные в основной подгруппе референсной части созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

### ***2.3.1.2 Выбор изображений для подгруппы телевизионных изображений референсной части базы данных***

В базу данных было включено 5 изображений, для которых был смоделирован эффект ложного оконтуривания при аналоговой передаче данных в эфирном телевидении. Эти изображения приведены на рисунке 9.

Из изображений были исключены цветные компоненты, из-за сильного различия характеристик яркостной и цветовой компонент.



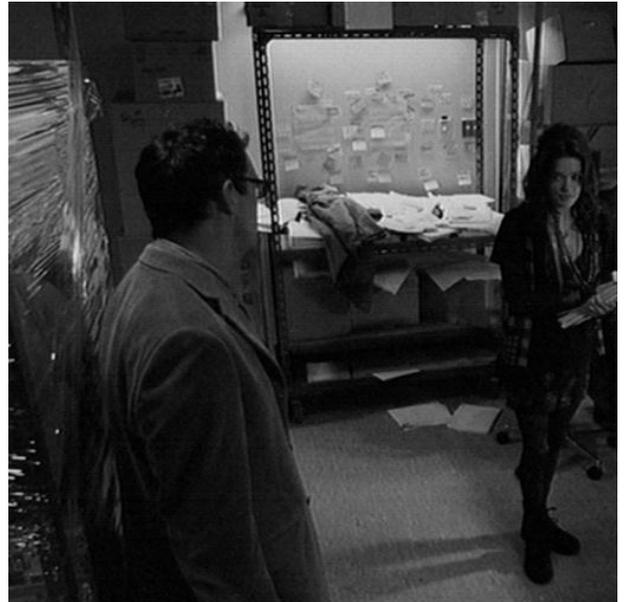
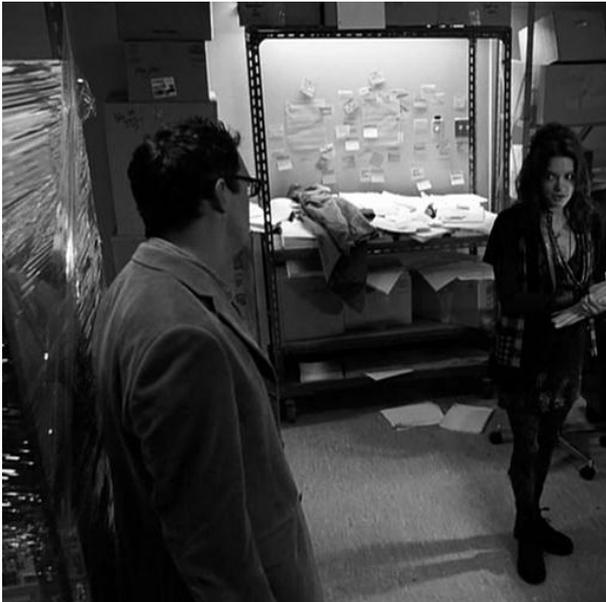
1. Изображение “tv1”. Слева — изображение высокого качества, справа — изображения, искажённые при аналоговой передаче



2. Изображение “tv2”



3. Изображение "tv3"



4. Изображение "tv4"



5. Изображение “tv5”

Рисунок 9 — Тестовые изображения — фрагменты кадров фильма «Удалённые сообщения», использованные в подгруппе телевизионных изображений референсной части созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

### ***2.3.1.3 Выбор изображений для подгруппы радиально-симметричных изображений референсной части базы данных***

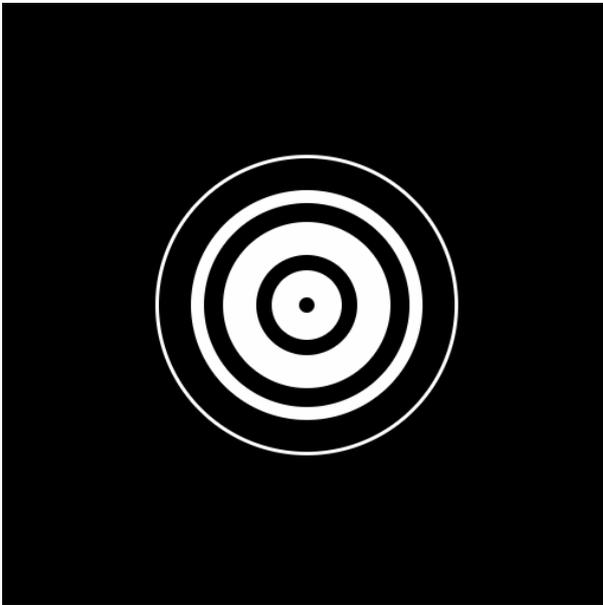
Для анализа эффекта Гиббса при восстановлении зашумлённых радиально-симметричных изображений с помощью разложения по полиномам Лагерра в базу данных были включены синтетические радиально-симметричные изображения (см. рисунок 10).



1. Изображение “radial1”



2. Изображение “radial2”

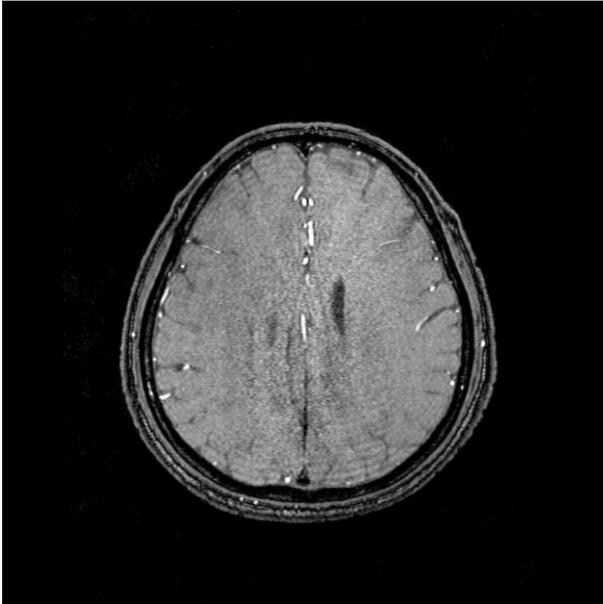


3. Изображение “radial3”

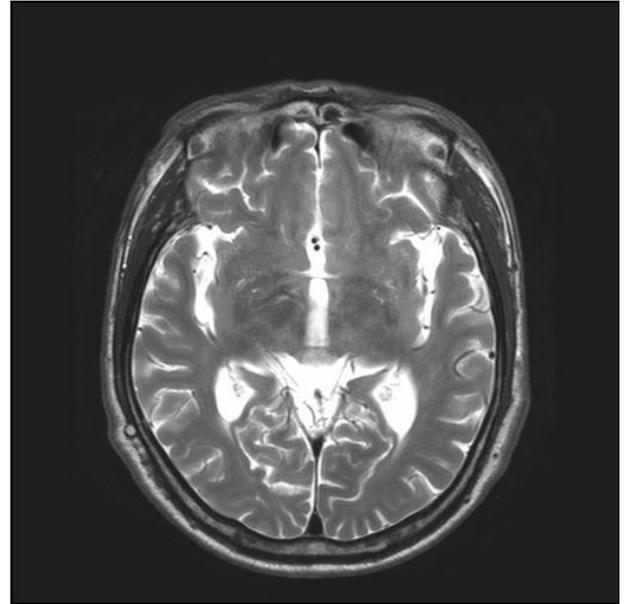
Рисунок 10 — Тестовые изображения, использованные в подгруппе радиально-симметричных изображений референсной части созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

### **2.3.2 Выбор изображений для нереференсной части базы данных**

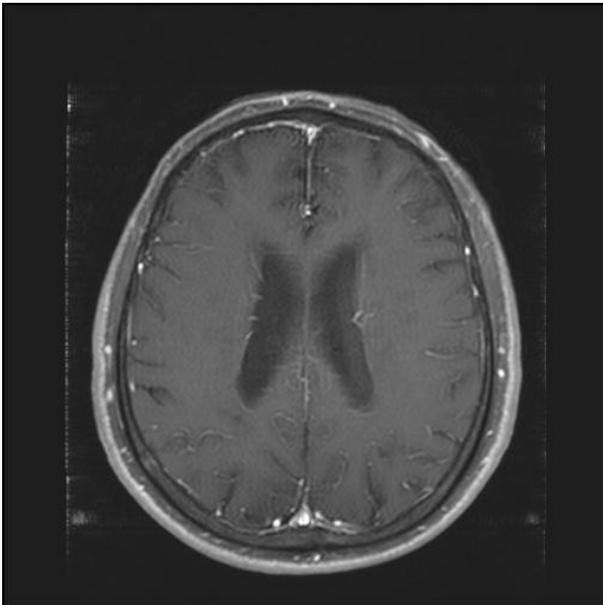
Нереференсная часть созданной базы данных состоит из 10 изображений магнитно-резонансной томографии различного качества. Эти изображения приведены на рисунке 11.



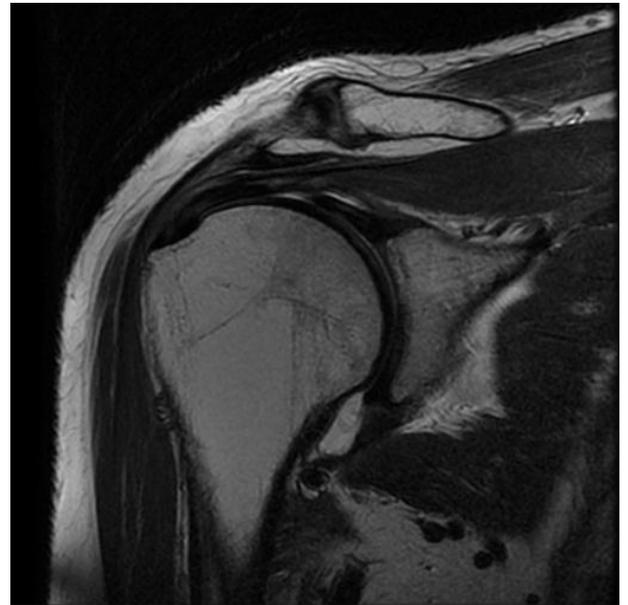
1. Изображение “nr\_mri1”



2. Изображение “nr\_mri2”



3. Изображение “nr\_mri3”

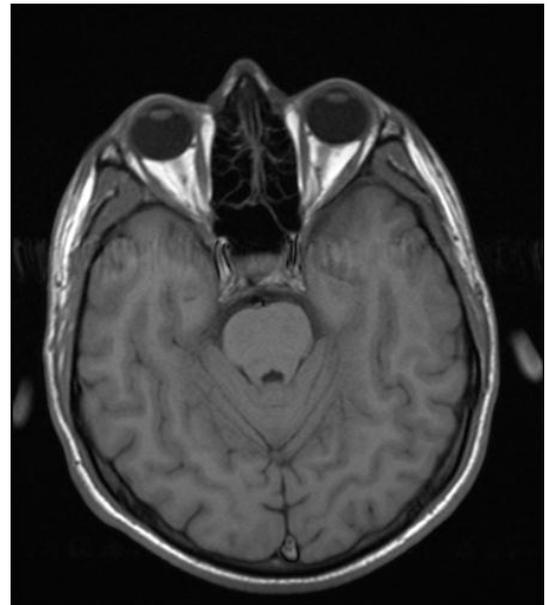


4. Изображение “nr\_mri4”

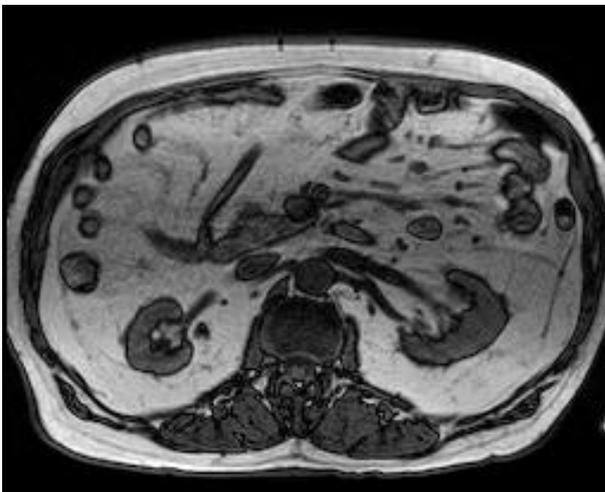
Рисунок 11 — Тестовые изображения, использованные в нереперенсной части созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.



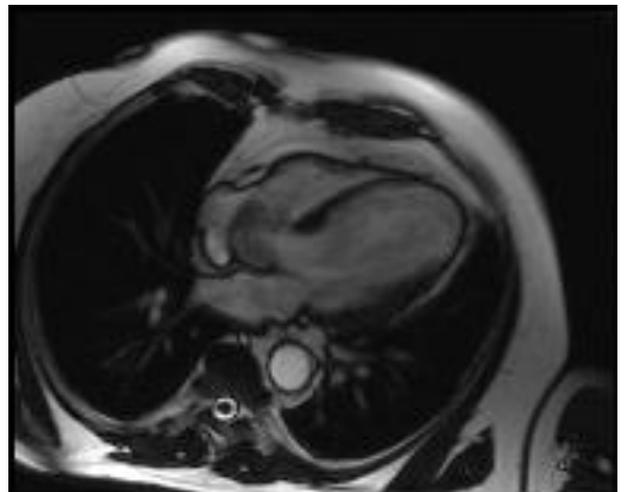
5. Изображение “nr\_mri5”



6. Изображение “nr\_mri6”

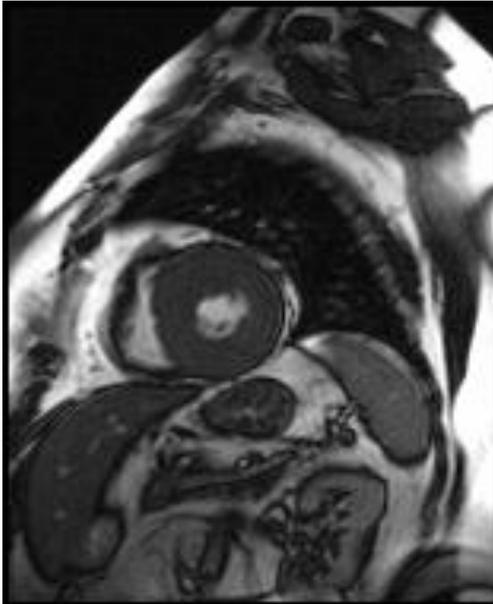


7. Изображение “nr\_mri7”

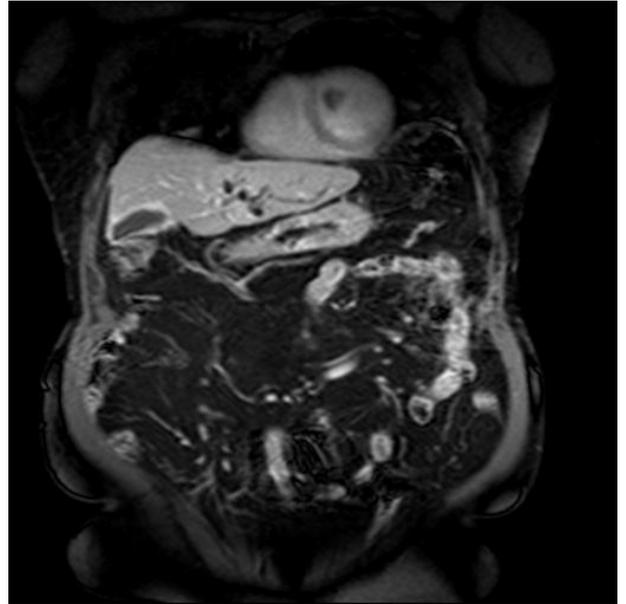


8. Изображение “nr\_mri8”

Рисунок 11 — (продолжение) Тестовые изображения, использованные в нереференсной части созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.



9. Изображение “nr\_mri9”



10. Изображение “nr\_mri10”

Рисунок 11 — (продолжение) Тестовые изображения, использованные в нереференсной части созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

## ***2.4 Описание структуры базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием***

На рисунке 12 приведена полная файловая структура созданной базы данных.

```
Database
├── noreference
│   ├── nr_mri1.png
│   ├── nr_mri2.png
│   ├── ...
│   ├── nr_mri10.png
│   └── metrics.txt
├── reference
│   ├── main
│   │   ├── baboon
│   │   │   ├── compressed
│   │   │   │   ├── jpeg_1.png
│   │   │   │   ├── jpeg_2.png
│   │   │   │   ├── jpeg_3.png
│   │   │   │   ├── wavelet_w1_q1.png
│   │   │   │   ├── wavelet_w1_q2.png
│   │   │   │   └── wavelet_w1_q3.png
│   │   └── deblurred
```

- regdeblur\_sigma2\_noise3.png
- regdeblur\_sigma4\_noise5.png
- unsharpmask\_sigma2\_alpha3.png
- unsharpmask\_sigma2\_alpha5.png
- unsharpmask\_sigma4\_alpha3.png
- unsharpmask\_sigma4\_alpha5.png
- degraded
  - blurred\_gauss2.png
  - blurred\_gauss2\_noise3.png
  - blurred\_gauss4.png
  - blurred\_gauss4\_noise5.png
  - downsampled\_2.png
  - downsampled\_4.png
  - downsampled\_8.png
- pure
  - fourier\_2.png
  - fourier\_4.png
  - fourier\_8.png
  - hermite\_2.png
  - hermite\_4.png
- regions
  - basicedges\_2.0.png
  - basicedges\_2.5.png
  - basicedges\_3.0.png
  - basicedges\_3.5.png
  - basicedges\_4.0.png
  - basicedges\_4.5.png
  - basicedges\_5.0.png
  - basicedges\_5.5.png
  - basicedges\_6.0.png
  - basicedges\_6.5.png
  - basicedges\_7.0.png
  - basicedges\_7.5.png
  - basicedges\_8.0.png
  - basicedges\_8.5.png
  - basicedges\_9.0.png
  - basicedges\_9.5.png
  - basicedges\_10.0.png
- resampled
  - x2\_bicubic.png
  - x2\_bilinear.png
  - x2\_lanczos3.png
  - x2\_reg\_high.png
  - x2\_reg\_low.png
  - x2\_reg\_med.png
  - x4\_bicubic.png
  - x4\_bilinear.png
  - x4\_lanczos3.png
  - x4\_reg\_high.png
  - x4\_reg\_low.png
  - x4\_reg\_med.png



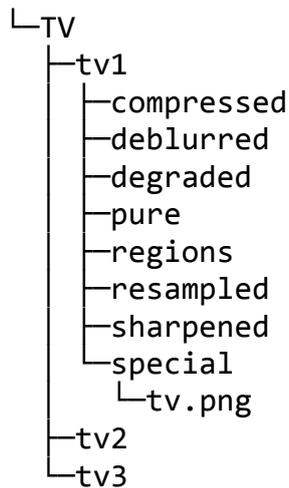


Рисунок 12 — Файловая структура созданной базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

В корневой директории находятся две поддиректории. Поддиректория “noreference” содержит файлы с изображениями МРТ различного качества, уже имеющими эффект Гиббса или ложное оконтуривание. Для этих изображений моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания не производится.

Поддиректория “reference” — основная часть базы, содержит набор тестовых изображений и результаты применения к ним описанных в разделе 2.2 алгоритмов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

Поддиректория “reference” содержит поддиректории “main”, “tv”, “radial”, соответствующие подгруппам используемых в базе изображений, в которых, в свою очередь, содержится набор имеющих унифицированную структуру поддиректорий, соответствующих отдельным тестовым изображениям.

Структура поддиректорий, соответствующих отдельным тестовым изображениям, показана на примере изображения “barbara” на рисунке 12 и имеет следующий вид:

- Файл “reference.png” — тестовое (референсное) изображение в формате PNG.
- Текстовый файл “metrics.txt” — таблица значений метрик сравнения тестового изображения с результатами обработки тестового изображения алгоритмами моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. В первой строке файла находится название изображения и список

названий используемых метрик (заголовки столбцов), разделённых символом табуляции. Каждая из последующих строк файла соответствует одному изображению и содержит разделённые символом табуляции имя файла с изображением и значения метрик, соответствующие метрикам, указанным в первой строке файла.

- Пример файла “metrics.txt” приведён в таблице 1.

Таблица 1 — Фрагмент файла “metrics.txt” для изображения baboon.

barbara	MSE (color)	MSE (grayscale)	SSIM (color)	SSIM (grayscale)
jpeg_1.png	472.3338	314.3746	0.9241	0.9112
jpeg_2.png	238.4357	120.7904	0.9621	0.9667
jpeg_3.png	171.5706	60.7694	0.9728	0.9834
wavelet_w1_q1.png	450.6176	266.1421	0.9242	0.9201
wavelet_w1_q2.png	216.3407	59.3585	0.9650	0.9830
wavelet_w1_q3.png	144.9458	11.4146	0.9770	0.9969
regdeblur_sigma2_noise3.png	526.1470	457.6069	0.9111	0.8605
regdeblur_sigma4_noise5.png	753.8486	649.6083	0.8739	0.8085

- Поддиректория “degraded” — содержит промежуточные изображения, полученные алгоритмами моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания:
  - Файл “blurred\_gauss2.png” — размытие тестового изображения с помощью свёртки с фильтром Гаусса с радиусом 2.
  - Файл “blurred\_gauss2\_noise3.png” — размытие тестового изображения с помощью свёртки с фильтром Гаусса с радиусом 2 с последующим добавлением шума с нормальным распределением со среднеквадратичным отклонением 3.
  - Файл “blurred\_gauss4.png” — размытие тестового изображения с помощью свёртки с фильтром Гаусса с радиусом 4.

- Файл “blurred\_gauss4\_noise5.png” — размытие тестового изображения с помощью свёртки с фильтром Гаусса с радиусом 4 с последующим добавлением шума с нормальным распределением со среднеквадратичным отклонением 5.
- Файл “downsampled\_2” — уменьшение изображения в 2 раза с помощью метода (16).
- Файл “downsampled\_4” — уменьшение изображения в 4 раза с помощью метода (16).
- Файл “downsampled\_8” — уменьшение изображения в 8 раз с помощью метода (16).
- Поддиректория “compressed” — результаты моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью алгоритмов компрессии изображений JPEG и JPEG2000. Поддиректория содержит файлы:
  - Файл “jpeg\_1.png” — сжатие JPEG с качеством 10 (низкое качество) стандартными программными средствами платформы Microsoft .NET.
  - Файл “jpeg\_2.png” — сжатие JPEG с качеством 40 (среднее качество).
  - Файл “jpeg\_3.png” — сжатие JPEG с качеством 70 (качество выше среднего).
  - Файл “wavelet\_w1\_q1.png” — сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.1 бит/пиксель (низкое качество).
  - Файл “wavelet\_w1\_q2.png” — сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.25 бит/пиксель (среднее качество).
  - Файл “wavelet\_w1\_q3.png” — сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.5 бит/пиксель (качество выше среднего).
- Поддиректория “deblurred” — результаты моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при подавлении размытия:
  - Файл “regdeblur\_sigma2\_noise3.png” — результат работы регуляризирующего метода подавления размытия, применённого к изображению “blurred\_gauss2\_noise3.png” из поддиректории “degraded”.
  - Файл “regdeblur\_sigma4\_noise5.png” — результат работы регуляризирующего метода подавления размытия, применённого к

- изображению “blurred\_gauss4\_noise5.png” из поддиректории “degraded”.
- Файл “unsharpmask\_sigma2\_alpha3.png” — применение метода нерезкого маскирования с параметрами  $\sigma = 2, \alpha = 3$  к изображению “blurred\_gauss\_2.png” из поддиректории “degraded”.
  - Файл “unsharpmask\_sigma2\_alpha5.png” — применение метода нерезкого маскирования с параметрами  $\sigma = 2, \alpha = 5$  к изображению “blurred\_gauss\_2.png” из поддиректории “degraded”.
  - Файл “unsharpmask\_sigma4\_alpha3.png” — применение метода нерезкого маскирования с параметрами  $\sigma = 4, \alpha = 3$  к изображению “blurred\_gauss\_4.png” из поддиректории “degraded”.
  - Файл “unsharpmask\_sigma4\_alpha5.png” — применение метода нерезкого маскирования с параметрами  $\sigma = 4, \alpha = 5$  к изображению “blurred\_gauss\_4.png” из поддиректории “degraded”.
  - Поддиректория “pure” — моделирование эффекта Гиббса методами низкочастотной фильтрации:
    - Файл “fourier\_2.png” — применение преобразования Фурье к тестовому изображению с сохранением только половины низкочастотных коэффициентов (по каждому из измерений) и отсечением остальных высокочастотных коэффициентов.
    - Файл “fourier\_4.png” — применение преобразования Фурье к тестовому изображению с сохранением только четверти низкочастотных коэффициентов и отсечением остальных высокочастотных коэффициентов.
    - Файл “fourier\_8.png” — применение преобразования Фурье к тестовому изображению с сохранением только восьмой части низкочастотных коэффициентов и отсечением остальных высокочастотных коэффициентов.
    - Файл “hermite\_2.png” — разложение тестового изображения по функциям Эрмита с сохранением только половины низкочастотных коэффициентов (по каждому из измерений) и отсечением остальных высокочастотных коэффициентов.

- Файл “hermite\_4.png” — разложение тестового изображения по функциям Эрмита с сохранением только четверти низкочастотных коэффициентов (по каждому из измерений) и отсечением остальных высокочастотных коэффициентов.
- Поддиректория “resampled” — моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при повышении разрешения изображений:
  - Файл “x2\_bilinear.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_2” из поддиректории “degraded” в 2 раза с помощью метода билинейной интерполяции.
  - Файл “x2\_bicubic.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_2” из поддиректории “degraded” в 2 раза с помощью метода бикубической интерполяции.
  - Файл “x2\_lanczos3.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_2” из поддиректории “degraded” в 2 раза с помощью метода Ланцоша 3 порядка.
  - Файл “x2\_reg\_low.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_2” из поддиректории “degraded” в 2 раза с помощью регуляризирующего метода (см. раздел 2.2.2.2) с параметром  $\lambda = 0.03$ .
  - Файл “x2\_reg\_med.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_2” из поддиректории “degraded” в 2 раза с помощью регуляризирующего метода с параметром  $\lambda = 0.07$ .
  - Файл “x2\_reg\_high.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_2” из поддиректории “degraded” в 2 раза с помощью регуляризирующего метода с параметром  $\lambda = 0.1$ .
  - Файл “x4\_bilinear.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_4” из поддиректории “degraded” в 4 раза с помощью метода билинейной интерполяции.
  - Файл “x4\_bicubic.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_4” из поддиректории “degraded” в 4 раза с помощью метода бикубической интерполяции.

- Файл “x4\_lanczos3.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_4” из поддиректории “degraded” в 4 раза с помощью метода Ланцоша 3 порядка.
- Файл “x4\_reg\_low.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_4” из поддиректории “degraded” в 4 раза с помощью регуляризирующего метода (см. раздел 2.2.2.2) с параметром  $\lambda = 0.03$ .
- Файл “x4\_reg\_med.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_4” из поддиректории “degraded” в 4 раза с помощью регуляризирующего метода с параметром  $\lambda = 0.07$ .
- Файл “x4\_reg\_high.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_4” из поддиректории “degraded” в 4 раза с помощью регуляризирующего метода с параметром  $\lambda = 0.1$ .
- Файл “x8\_bilinear.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_8” из поддиректории “degraded” в 8 раза с помощью метода билинейной интерполяции.
- Файл “x8\_bicubic.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_8” из поддиректории “degraded” в 8 раза с помощью метода бикубической интерполяции.
- Файл “x8\_lanczos3.png” — результат увеличения изображения “downsampled\_8” из поддиректории “degraded” в 8 раза с помощью метода Ланцоша 3 порядка.
- Поддиректория “sharpened” — моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при повышении резкости тестового изображения
  - Файл “sharp\_2.png” — применение метода нерезкого маскирования к тестовому изображению с параметрами  $\sigma = 1, \alpha = 2$ .
  - Файл “sharp\_3.png” — применение метода нерезкого маскирования к тестовому изображению с параметрами  $\sigma = 1, \alpha = 3$ .
  - Файл “sharp\_4.png” — применение метода нерезкого маскирования к тестовому изображению с параметрами  $\sigma = 1, \alpha = 4$ .
  - Файл “sharp\_5.png” — применение метода нерезкого маскирования к тестовому изображению с параметрами  $\sigma = 1, \alpha = 5$ .

- Поддиректория “regions” — содержит результаты нахождения базовых контуров и областей базовых контуров для значений  $d$  (ширина осцилляций эффекта Гиббса, см. раздел 2.2.1.1) от 2 до 10 с шагом 0,5.
- Поддиректория “special” — содержит результаты моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания для специальных случаев:
  - Для изображений из подгруппы телевизионных изображений в этой поддиректории находится только один файл “tv.png” —искажение тестового изображения при аналоговой передаче.
  - Для изображений из подгруппы радиально-симметричных изображений эта поддиректория состоит из следующих файлов:
    - Файл “noise01.png” — результат искажения тестового изображения и добавления белого шума с небольшой амплитудой.
    - Файл “noise01\_lag100.png” — результат подавления шума и восстановления радиально-симметричного изображения из файла “noise01.png” при использовании 100 полиномов Лагерра.
    - Файл “noise01\_lag200.png” — результат подавления шума и восстановления радиально-симметричного изображения из файла “noise01.png” при использовании 200 полиномов Лагерра.
    - Файл “noise03.png” — результат искажения тестового изображения и добавления белого шума с большой амплитудой.
    - Файл “noise03\_lag100.png” — результат подавления шума и восстановления радиально-симметричного изображения из файла “noise03.png” при использовании 100 полиномов Лагерра.
    - Файл “noise03\_lag200.png” — результат подавления шума и восстановления радиально-симметричного изображения из файла “noise03.png” при использовании 200 полиномов Лагерра.

На рисунке 13 приведены примеры изображений из созданной базы данных для различных методов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.



Референсное изображение



Размытое изображение с шумом

blurred\_gauss4\_noise5.png



Изображения низкого разрешения

Изображения из поддиректории “degraded”



Изображение  
regdeblur\_sigma4\_noise5.png



Изображение  
unsharpmask\_sigma4\_alpha5.png

Изображения из поддиректории “deblurred”



Изображение  
fourier\_8.png



Изображение  
hermite\_4.png

Изображения из поддиректории “pure”



Изображение  
x4\_bilinear.png



Изображение  
x4\_bicubic.png



Изображение  
x4\_lanczos3.png



Изображение  
x4\_reg\_low.png

Изображения из поддиректории “resampled”



Изображение  
sharp2.png



Изображение  
sharp5.png

Изображения из поддиректории “sharpened”



Изображение  
jpeg\_1.png



Изображение  
wavelet\_w1\_q1.png

Изображения из поддиректории “compressed”



Изображение  
basicedges\_2.0.png



Изображение  
basicedges\_3.0.png



Изображение  
basicedges\_4.0.png



Изображение  
basicedges\_6.0.png

Изображения из поддиректории “regions”

Рисунок 13 — Примеры изображений из созданной базы данных для различных методов моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на примере изображения “cameraman”.

### **3 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ И ПОДАВЛЕНИЯ ЭФФЕКТА ГИББСА И ЛОЖНОГО ОКОНТУРИВАНИЯ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ**

#### ***3.1 Разработка алгоритмов обнаружения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях***

Разработанный алгоритм обнаружения эффекта Гиббса и ложного оконтуривания состоит из следующих шагов:

- а) Определение средней ширины контуров. В разделе 2.2.1.1 было показано, что при наличии эффекта Гиббса ширина осцилляций эффекта Гиббса совпадает с шириной контуров. Нахождение средней ширины контуров даёт информацию о ширине осцилляции возможного эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.
- б) Нахождение базовых контуров с учётом найденной ширины контуров. Базовые контуры — это контуры с достаточно высоким значением модуля, удалённые от других контуров. В окрестности данных контуров эффект Гиббса претерпевает наименьшие искажения, поэтому логично анализировать наличие эффекта Гиббса и ложного оконтуривания именно в этих областях.
- в) Применение одного из следующих алгоритмов:
  - 1) Извлечение нескольких профилей базовых контуров и проведение анализа взвешенной полной вариации при свёртке профиля контура с фильтром Гаусса с различным радиусом.
  - 2) Анализ отношения средней производной изображения в окрестности базовых контуров по направлению, параллельному ближайшему базовому контуру, к средней производной по направлению, перпендикулярному ближайшему базовому контуру.

#### **3.1.1 Определение ширины контуров**

##### ***3.1.1.1 Модель профиля границы изображения***

Моделирование профиля границы изображения предлагается проводить следующим образом: профиль границы изображения общего вида представляется

как результат свертки идеальной ступенчатой функции единичной высоты и Гауссова ядра с некоторой дисперсией  $\sigma$ .

Подобное предположение позволяет выявить взаимно однозначное соответствие между профилем границы изображения и числовым значением — дисперсией Гауссова ядра. Это числовое значение в рамках данной модели считается шириной профиля границы изображения.

Рассмотрим данную модель более подробно. Пусть  $H(x)$  является идеальной ступенчатой функцией единичной высоты:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (45)$$

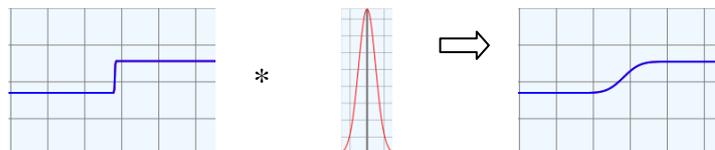
Стоит заметить, что

$$H(kx) = H(x) \quad \forall k > 0. \quad (46)$$

Пусть  $E_\sigma(x)$  является профилем границы изображения. Таким образом, согласно вышеописанным соображениям,

$$E_\sigma(x) = [H * G_\sigma](x). \quad (47)$$

Этот процесс проиллюстрирован на рисунке 14.



идеальный  
ступенчатый  
контур

$G_\sigma$

результат  
свёртки

Рисунок 14 — Моделирование размытого контура.

Заметим, что  $E_\sigma(x)$  обладает следующим свойством:

$$\begin{aligned}
E_{\sigma}(x) &= [H * G_{\sigma}](x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(s)G_{\sigma}(x-s)ds = \{x = ky, s = kt\} = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} H(kt)G_{\sigma}(ky-kt)d(kt) = k \int_{-\infty}^{\infty} H(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{k^2(y-t)^2}{2\sigma^2}} dt = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} H(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\frac{\sigma}{k}\right)}} e^{-\frac{(y-t)^2}{2\left(\frac{\sigma}{k}\right)^2}} dt = \int_{-\infty}^{\infty} H(t)G_{\sigma/k}(y-t)dt = [H * G_{\sigma/k}](y) = \\
&= [H * G_{\sigma/k}]\left(\frac{x}{k}\right) = \left\{\frac{\sigma}{k} = \sigma'\right\} = E_{\sigma'}\left(\frac{\sigma'}{\sigma}x\right)
\end{aligned} \tag{48}$$

### 3.1.1.2 Оценка ширины профиля границы изображения

Для оценки ширины профиля границы изображения предлагается использовать подход, основанный на нерезком маскировании.

Пусть  $U_{\sigma,\alpha}[E_{\sigma_0}](x)$  является результатом нерезкого маскирования с параметрами  $\sigma$  и  $\alpha$ , примененной к профилю границы изображения  $E_{\sigma_0}(x)$ . По определению  $U_{\sigma,\alpha}[E_{\sigma_0}](x)$  выглядит следующим образом:

$$U_{\sigma,\alpha}[E_{\sigma_0}](x) = [E_{\sigma_0} * G_{\sigma}](x) + (1 + \alpha)(E_{\sigma_0}(x) - [E_{\sigma_0} * G_{\sigma}](x)) \tag{49}$$

Выражение (49) может быть переписано как

$$\begin{aligned}
U_{\sigma,\alpha}[E_{\sigma_0}(t)](x) &= (1 + \alpha)E_{\sigma_0}(x) - \alpha[E_{\sigma_0} * G_{\sigma}](x) = \\
&= (1 + \alpha)E_{\sigma_0}(x) - \alpha[H * G_{\sigma_0} * G_{\sigma}](x) = \{\text{свойства Гауссова ядра}\} = \\
&= (1 + \alpha)E_{\sigma_0}(x) - \alpha\left[H * G_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma^2}}\right](x) = (1 + \alpha)E_{\sigma_0}(x) - \alpha E_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma^2}}(x)
\end{aligned} \tag{50}$$

Пусть нерезкое маскирование производится с тем же значением параметра  $\sigma$ , с которым произошло размытие профиля границы изображения, тогда из (50) при использовании (48) следует, что

$$\begin{aligned}
U_{\sigma_1, \alpha} [E_{\sigma_1}(t)](x) &= (1 + \alpha)E_{\sigma_1}(x) - \alpha E_{\sqrt{2}\sigma_1}(x) = \\
&= (1 + \alpha)E_{\sigma_2} \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} x \right) - \alpha E_{\sqrt{2}\sigma_2} \left( \frac{\sqrt{2}\sigma_2}{\sqrt{2}\sigma_1} x \right) = U_{\sigma_2, \alpha} [E_{\sigma_2}(t)] \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} x \right)
\end{aligned} \tag{51}$$

Таким образом, из (51) следует, что при фиксированном значении параметра  $\alpha$  для всех значений параметра  $\sigma > 0$  происходит растяжение/сжатие функции  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma}(t)](x)$  по оси  $Ox$ . В частности, это означает, что при фиксированном значении параметра  $\alpha$  для всех значений параметра  $\sigma > 0$  значения максимума и минимума функции  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma}(t)](x)$  остаются неизменными.

Таким образом, для фиксированного значения параметра  $\alpha$  и произвольного значения параметра  $\sigma = \sigma_E$  возможно вычислить значение максимума  $\max_x U_{\sigma_E, \alpha} [E_{\sigma_E}(t)](x) = U_E$  для семейства функций  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma}(t)](x)$ .

Функция  $H(x)$  является симметричной относительно точки  $(0, 0.5)$ . Гауссово размытие сохраняет симметрию сигнала.

Таким образом, функция  $E_{\sigma}(x)$  также является симметричной относительно точки  $(0, 0.5)$ .

Также функционал  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x)$  симметричен относительно точки  $(0, 0.5)$  в силу сохранения нерезким маскированием симметрии функции, к которой она применяется.

Пусть  $\sigma_1 < \sigma_2$ ,  $x > 0$ , тогда

$$\begin{aligned}
U_{\sigma_2, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x) - U_{\sigma_1, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x) &= (1 + \alpha)E_{\sigma_0}(x) - \alpha E_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_2^2}}(x) - \\
&- (1 + \alpha)E_{\sigma_0}(x) + \alpha E_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}}(x) = \alpha \left( E_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}}(x) - E_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_2^2}}(x) \right) = \\
&= \alpha \left( \left[ H * G_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}} \right](x) - \left[ H * G_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_2^2}} \right](x) \right) = \\
&= \alpha \left[ H * \left( G_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}} - G_{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_2^2}} \right) \right](x)
\end{aligned} \tag{52}$$

Принимая во внимание (52) и тот факт, что  $G_{\sigma_1} < G_{\sigma_2}$  при  $\sigma_1 < \sigma_2$ , получаем,

что

$$U_{\sigma_2, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x) - U_{\sigma_1, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x) < 0. \quad (53)$$

Таким образом, из (53) следует, что:

$$\begin{aligned} \max_x U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x) &\leq U_E, \quad \sigma < \sigma_0 \\ \max_x U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x) &\geq U_E, \quad \sigma > \sigma_0 \end{aligned} \quad (54)$$

Свойство (54) ведет к следующему алгоритму для оценки ширины профиля границы изображения:

1. Дано:  $\alpha$ ,  $U_E$ ,  $E_{\sigma_0}(x)$ .

2. для  $\sigma =$  от  $\sigma_{\min}$  до  $\sigma_{\max}$  с шагом  $\sigma_{\text{step}}$

    вычислить  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x)$ ,

    найти локальный максимум  $x_{\max_\sigma}$  для  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x)$ ,

    если  $U_{\sigma, \alpha} [E_{\sigma_0}(t)](x_{\max_\sigma}) \geq U_E$

        result =  $\sigma$ ,

        остановиться.

3. Результат: result.

### ***3.1.1.3 Оценка ширины профиля границы изображения при наличии шума***

Пусть на изображении присутствует некоторый аддитивный шум  $N$ . Тогда модель профиля границы изображения (47) преобразуется к виду

$$\overline{E}_\sigma(x) = E_\sigma(x) + N(x), \quad (55)$$

где  $N(x)$  — аддитивный шум (см. рисунок 15).

Во избежание влияния шума на результаты определения ширины профиля границы изображения, предлагается использовать предварительное Гауссово размытие с дисперсией  $\sigma_{pb}$ . Дисперсия  $\sigma_{pb}$  подбирается таким образом, чтобы Гауссова фильтрация наиболее эффективно подавила шум.

Для размытого профиля границы изображения  $\overline{E}_{\sigma_0} * G_{\sigma_{pb}}$  определяется его ширина  $\overline{\sigma}_0$  при помощи алгоритма, описанного в предыдущем разделе. Далее истинная ширина профиля границы  $\overline{E}_{\sigma_0}$   $\sigma_0$  вычисляется как  $\sigma_0 = \sqrt{\overline{\sigma}_0^2 - \sigma_{pb}^2}$  в силу свойств Гауссовых функций.

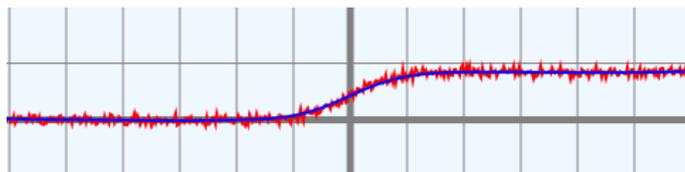


Рисунок 15 — Пример размытого контура с шумом.

Было рассмотрено два способа подбора параметра  $\sigma_{pb}$ .

В первом случае дисперсия предварительного размытия  $\sigma_{pb}$  выбирается следующим образом:

- Подсчитывается максимум абсолютного отклонения сигнала на первой 1/8ой части сигнала. Это значение считается уровнем шума  $n$ .
- Дисперсия предварительного размытия  $\sigma_{pb}$  полагается  $n * 100$ .

Во втором случае дисперсия предварительного размытия  $\sigma_{pb}$  выбирается независимо от уровня шума на изображении. В силу ограниченности интервала, на котором задана функция профиля границы изображения, дисперсия предварительного размытия  $\sigma_{pb}$  выбирается максимально возможной для данного интервала длиной  $l$ .

Известно, что 99% информации Гауссова фильтра с дисперсией  $\sigma$  содержится на интервале  $[-3\sigma, 3\sigma]$ . Таким образом, Гауссова фильтрация сигнала длиной  $l$  может проводиться с дисперсией не больше  $l/6$ .

Для возможности выполнения алгоритма из предыдущего раздела, подразумевающего еще большее размытие профиля границы изображения, дисперсия предварительного размытия  $\sigma_{pb}$  берется  $l/8$ .

### 3.1.2 Нахождение базовых контуров и областей базовых контуров

Эффект Гиббса наблюдается возле контуров с большим перепадом интенсивности. Для обнаружения эффекта Гиббса наиболее эффективно использовать окрестности контуров, в которых на эффект Гиббса накладывается минимальное количество наводок от прочих эффектов.

Алгоритм нахождения контуров и областей базовых контуров был подробно описан в отчёте за предыдущий этап, в данном отчёте приведено краткое описание используемого алгоритма.

#### 3.1.2.1 Нахождение базовых контуров

Для анализа эффекта Гиббса и ложного оконтуривания мы используем только контуры, удовлетворяющие следующим условиям:

- а) Контуры должны быть легко детектируемыми как на тестовых изображениях, так и на изображениях после моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.
- б) Контур не должен смещаться или исчезать при снижении качества изображения.
- в) Не должно быть наводок от других контуров.

Будем называть контуры, удовлетворяющие этим условиям, *базовыми контурами*. Для нахождения базовых контуров на изображении ставятся следующие условия:

- а) Точка контура не маскирована другими контурами:

$$g_{i_0, j_0} > \max_{i, j} g_{i, j} \varphi((i - i_0)^2 + (j - j_0)^2), \quad (56)$$

где  $g_{i, j}$  — модуль градиента в точке  $(i, j)$ , функция  $\varphi(t)$  — функция маскирования. Мы используем

$$\varphi(t) = h e^{-\frac{t^2}{2d^2}}, \quad (57)$$

где

$$h = \frac{1}{2}. \quad (58)$$

- б) Расстояние от точки контура до ближайшего контура больше  $r$ . Для анализа моделированного эффекта ложного оконтуривания важно, чтобы не происходило смещения контуров. В этом случае мы используем значение  $r = 2d$ . При анализе изображений с ложным оконтуриванием при отсутствии референсного изображения мы используем  $r = d$ .
- в) Хотя бы с одной стороны от точки контура до ближайшего контура расстояние больше  $R = 3d$ .
- г) Модуль градиента  $g_{i,j}$  выше порога  $g_0$ . Это условие используется для снижения влияния шума на эффект ложного оконтуривания.

На рисунке 16 приведён пример результата нахождения базовых контуров.



а) исходное изображение



б) результат выделения контуров

Рисунок 16 — Результат выделения контуров на изображении. На изображении справа чёрный цвет — пиксели фона, оттенками серого обозначены найденные контуры: чем светлее контур, тем больше модуль градиента в точке контура.

### **3.1.2.2 Нахождение областей базовых контуров**

Дальнейшим этапом является нахождение областей, прилегающих к базовым контурам, наиболее пригодных для анализа эффекта Гиббса и ложного оконтуривания.

В окрестности базовых контуров находятся две области:

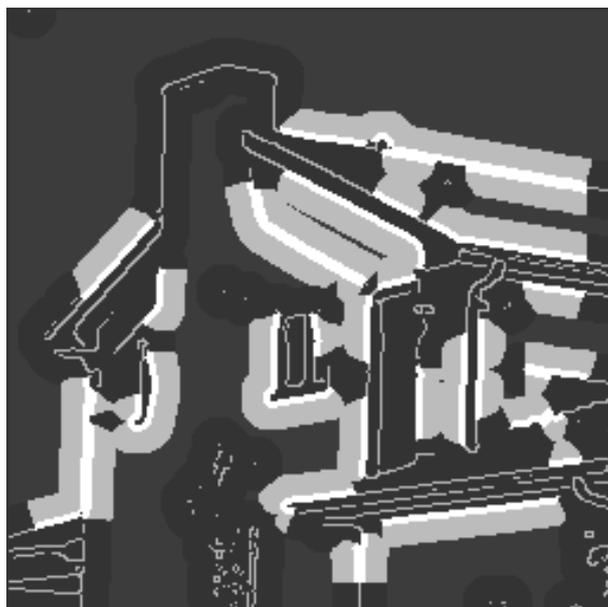
$M_{BEP}$  — область базовых контуров, состоит из пикселей, для которых базовые контуры являются ближайшими, а расстояние для ближайшего контура не превышает  $r$ .

$M_{BEN}$  — окрестность базовых контуров, состоит из пикселей, для которых базовые контуры являются ближайшими, а расстояние для ближайшего контура находится в интервале от  $r$  до  $R$

На рисунке 17 приведён пример нахождения областей базовых контуров на изображении.



а) Исходное изображение



б) Результат выделения областей базовых контуров на изображении. Белым цветом обозначены пиксели множества  $M_{BEP}$ , светло-серым —  $M_{BEN}$ , серые линии — контуры, не являющиеся базовыми.

Рисунок 17 — Пример нахождения областей базовых контуров на изображении.

### 3.1.3 Многомасштабный анализ значений взвешенной полной вариации профилей контуров на основе вычислительного эксперимента

Существует взаимосвязь между эффектом Гиббса и полной вариацией 2. В случае возникновения эффекта Гиббса при действии идеального частотного фильтра на некоторую функцию с ограниченной полной вариацией, полная вариация этой функции становится бесконечно большой. Ещё одной проблемой является наличие шума, например, равномерного шума, при котором полная вариация также становится бесконечно большой.

Размерность реальных изображений конечна, а вместо идеального фильтра обычно используется его аппроксимация с финитным ядром, поэтому полная вариация изображения высокого разрешения становится значительно выше полной вариации изображения низкого разрешения, но при этом она остаётся конечной.

С субъективной точки зрения, наиболее значимыми являются несколько первых осцилляций эффекта Гиббса возле контуров, тогда как последующие осцилляции либо отсутствуют, либо их амплитуда ниже уровня шума. Для того,

чтобы учитывать только значимые осцилляции, будем использовать *взвешенную полную вариацию*:

$$WTV(f, w) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\nabla f(t)| w(t) dt, \quad (59)$$

где  $w(t)$  — весовая функция.

Для выбора весовой функции и критериев определения наличия эффекта Гиббса, нами был произведён многомасштабный анализ эффекта Гиббса при повышении разрешения изображения, содержащего только один ступенчатый контур.

### 3.1.3.1 Многомасштабный анализ профилей контуров

Осцилляции эффекта Гиббса располагаются параллельно породившему их контуру, поэтому для определения наличия эффекта Гиббса возле контура достаточно использовать профили контура — сечения контура прямой, перпендикулярной направлению контура.

Рассмотрим задачу определения наличия эффекта Гиббса при повышении разрешения ступенчатого контура, профиль которого представлен функцией

$$p_0[i] = \begin{cases} 1, & i > 0, \\ 0, & i \leq 0. \end{cases} \quad (60)$$

Целью исследования является выделение характеристик, по которым можно определить, присутствует ли эффект Гиббса в окрестности произвольного контура при известной ширине осцилляций эффекта Гиббса  $d$ .

Добавим к контуру с профилем (60) эффект Гиббса:

$$p_d[i] = \sum_{j=1}^{+\infty} \text{sinc}(i - jd), \quad (61)$$

где

$$\text{sinc } x = \frac{\sin \pi x}{\pi x}. \quad (62)$$

Для моделирования произвольных методов повышения разрешения изображений будем прибавлять равномерно распределённый шум со случайным параметром к результатам базовых методов:

$$\begin{aligned} p_{0,n_0}[i] &= p_0[i] + \xi_n[i], \\ p_{d,n_0}[i] &= p_d[i] + \xi_n[i], \end{aligned} \quad (63)$$

где  $\xi_n[i]$  — случайная величина с равномерным распределением, принимающая значения из отрезка  $\left[-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right]$ . Значение уровня шума  $n$  постоянно для каждого профиля контура и выбирается случайным образом из отрезка  $[0, n_0]$ , где — максимальный рассматриваемый уровень искажений. Такой подход позволяет учесть при анализе как контуры с малым уровнем искажения, так и контуры с большим уровнем искажения.

Для фиксированных  $d$  и  $n_0$  было сгенерировано 10000 профилей контуров без эффекта Гиббса  $p_{0,n_0}$  и 10000 профилей контуров с эффектом Гиббса  $p_{d,n_0}$ . Для каждого из них были вычислены значения взвешенной полной вариации на разных разрешениях  $\sigma$ :

$$TV(p, \sigma, w_{\alpha d}) = WTV(p * G_{\sigma}, w_{\alpha d}) \quad (64)$$

где

$$w_{\alpha d}(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2(\alpha d)^2}\right) \quad (65)$$

при различных  $\alpha$  и  $\sigma$ . Параметр  $\alpha$  определяет количество учитываемых осцилляций эффекта Гиббса. Мы использовали  $\alpha = 3$ .

Пример значений  $TV(p, \sigma, w_{cd})$  для  $n_0 = 25$  и  $d = 10$  приведён на рисунке 18. На данном примере видно, что существует множество значений  $\sigma$ , при которых по значению  $TV(p, \sigma, w_{cd})$  можно определить, был ли контур с эффектом Гиббса или нет.

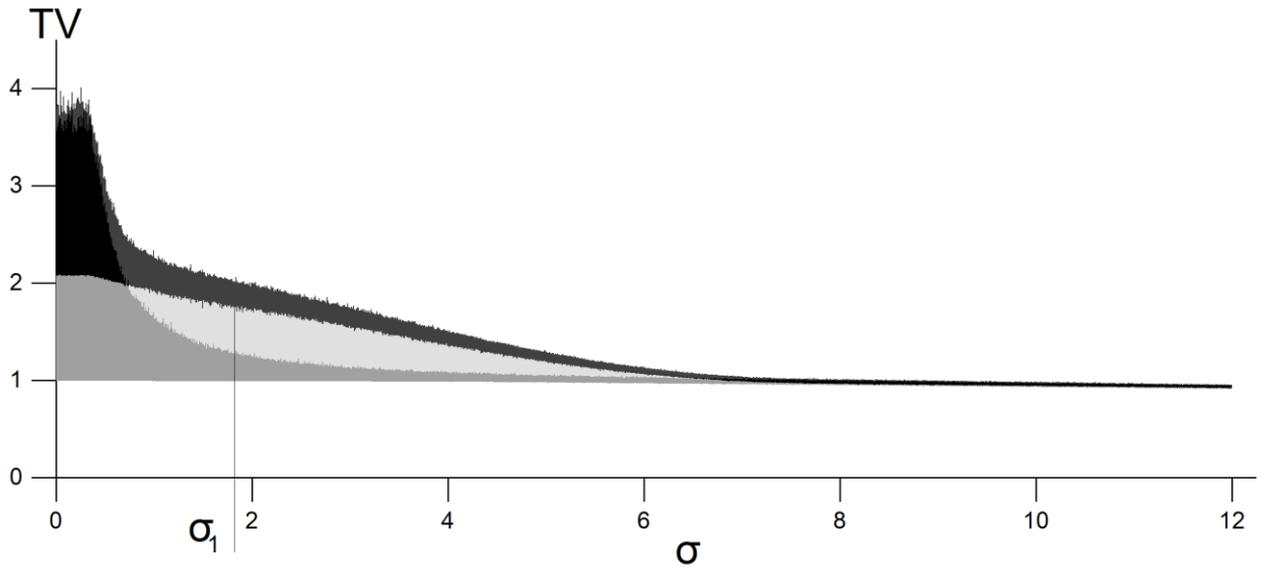


Рисунок 18 — Значения  $TV(p, \sigma, w_{cd})$  для  $n_0 = 25$  и  $d = 10$ . Серым цветом обозначено множество значений  $TV(p, \sigma, w_{cd})$  для профилей контуров без эффекта Гиббса, тёмно-серым — для профилей контуров с эффектом Гиббса. Пересечение этих множеств обозначено чёрным цветом. Светло-серым цветом обозначено множество значений, которые  $TV(p, \sigma, w_{cd})$  не принимает для рассматриваемых профилей контуров.

Введём обозначения:

$$\begin{aligned}
 g^*(d, \sigma, n_0) &= \min_{p=P_{d, n_0}} TV(p, \sigma, w_{cd}), \\
 g_*(d, \sigma, n_0) &= \max_{p=P_{0, n_0}} TV(p, \sigma, w_{cd}).
 \end{aligned}
 \tag{66}$$

Функция  $g^*(d, \sigma, n_0)$  представляет собой нижнюю границу множества значений  $TV(p, \sigma, w_{cd})$  для профилей контуров с эффектом Гиббса (тёмно-серая область на рисунке 18, а  $g_*(d, \sigma, n_0)$  — верхнюю границу соответствующего

множества значений для профилей контуров без эффекта Гиббса (серая область на рисунке 18).

Если при некотором  $\sigma$  значение  $g^*(d, \sigma, n_0)$  больше, чем  $g_*(d, \sigma, n_0)$ , то это  $\sigma$  можно использовать для определения наличия эффекта Гиббса по значению  $TV(p, \sigma, w_{\alpha d})$ . Найдём  $\sigma_1$ , при котором различие между  $g^*(d, \sigma, n_0)$  и  $g_*(d, \sigma, n_0)$  наибольшее:

$$\sigma_1(d, n_0) = \arg \max_{\sigma} (g^*(d, \sigma, n_0) - g_*(d, \sigma, n_0)) \quad (67)$$

На рисунке 19 показана зависимость  $\sigma_1(d, n_0)$  от  $d$  при  $n_0 = 25$ . Экспериментальный анализ для тестового множества сгенерированных профилей контуров показал, что функцию  $\sigma_1(d, n_0)$  можно аппроксимировать линейной функцией

$$\sigma_2(d, n_0) = m(n_0, \alpha)d, \quad (68)$$

при этом значения  $\sigma_2$  можно использовать для определения наличия эффекта Гиббса при тех же  $d$ , что и  $\sigma_1$ . Для  $n_0 = 25$  и  $\alpha = 3$  мы используем  $m(n_0, \alpha) = 0,19$ , для  $n_0 = 50$  —  $m(n_0, \alpha) = 0,25$ . Также было отмечено, что при  $\alpha > 2$  значения  $m(n_0, \alpha)$  практически не зависят от  $\alpha$ , поэтому можно считать функцию  $m(n_0, \alpha)$  зависящей только от  $n_0$ :

$$\sigma_2(d, n_0) = m(n_0)d. \quad (69)$$

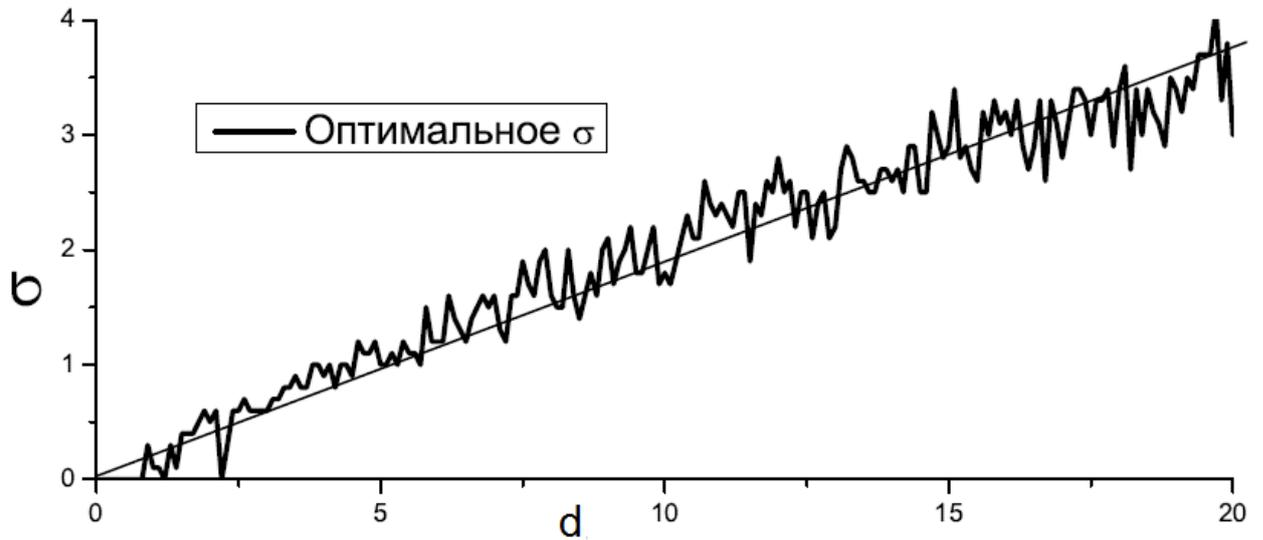


Рисунок 19 — Зависимость значений  $\sigma_1(d, n_0)$  от  $d$  при  $n_0 = 25$ ,  $\alpha = 3$ . Тонкой прямой показана линейная аппроксимация функции  $\sigma_1(d, n_0)$ .

Таким образом, если известна ширина осцилляций эффекта Гиббса  $d$ , то для определения наличия эффекта Гиббса на контуре с профилем  $p$  достаточно вычислить значение

$$TV_R(p) = WTV(p, m(n_0)d, w_{\text{од}}) \quad (70)$$

и сравнить его с  $G^*(d, n_0)$  и  $G_*(d, n_0)$ , где

$$\begin{aligned} G^*(d, n_0) &= g^*(d, m(n_0)d, n_0), \\ G_*(d, n_0) &= g_*(d, m(n_0)d, n_0). \end{aligned} \quad (71)$$

На рисунке 20 приведены графики функций  $G^*(d, n_0)$  и  $G_*(d, n_0)$  при  $n_0 = 25$ ,  $\alpha = 3$ .

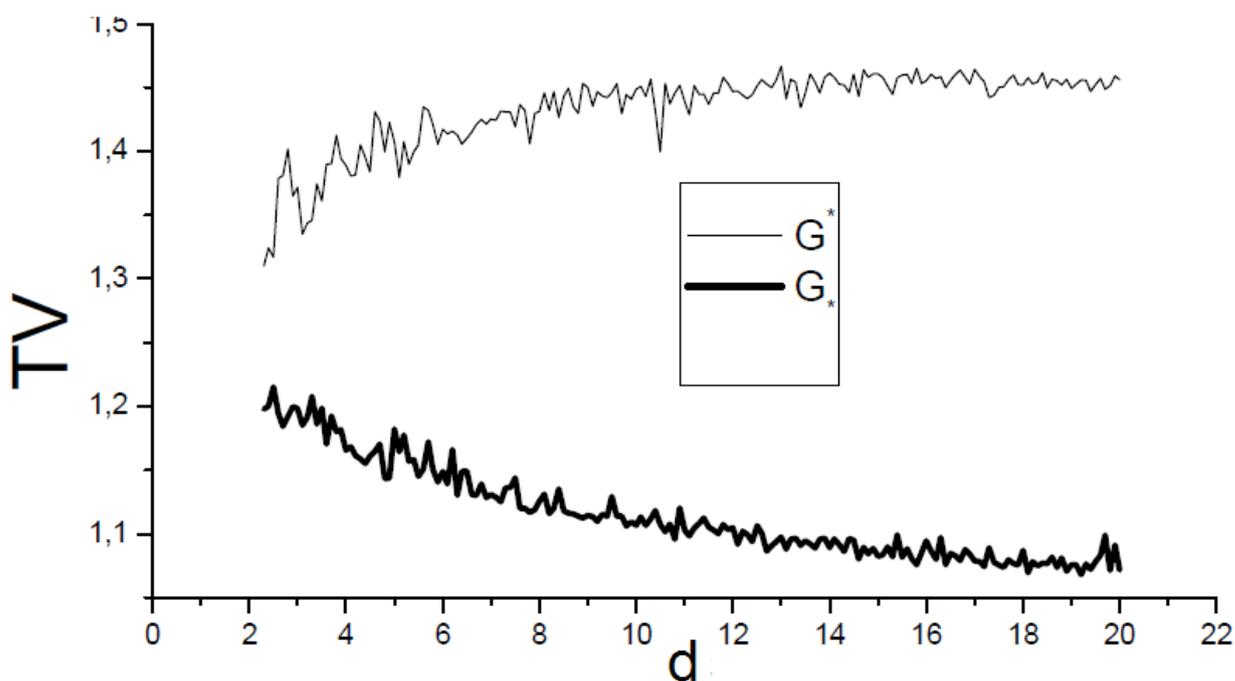


Рисунок 20 — Зависимость значений  $G^*(d, n_0)$  и  $G_*(d, n_0)$  от  $d$  при  $n_0 = 25$ ,  $\alpha = 3$ .

### 3.1.4 Определение уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания

#### 3.1.4.1 Определение уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на основе анализа изменения взвешенной полной вариации профилей контуров при гауссовом размытии

Многомасштабный анализ был проведён для контура с величиной перепада, равной 1, тогда как величина перепада контуров на реальных изображениях не является фиксированной. В этом случае произведём нормирование контура так, чтобы величина перепада получившегося контура стала равна 1. Для этого воспользуемся результатами проведённого многомасштабного анализа. Заметим, что значения  $TV(d, \sigma, w_{cs})$  стремятся к значению перепада контура при  $\sigma \rightarrow \infty$ . Реальные контуры же имеют конечные размеры, поэтому для оценки перепада необходимо использовать как можно меньшее  $\sigma$ . Хорошие результаты получаются при аппроксимации высоты значением  $TV(d, \sigma, w_{cs})$  при  $\sigma = d$ .

Таким образом, для произвольного контура с профилем  $p$  значение  $TV_R$  вычисляется в виде

$$TV_R(p, d, n_0) = \frac{TV(p, m(n_0)d, w_{cd})}{TV(p, d, w_{cd})} \quad (72)$$

Введём значение  $R_E$  — оценку уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания:

$$R_E = 2 \frac{TV_R(p, d, n_0) - G_*(d, n_0)}{G^*(d, n_0) - G_*(d, n_0)} - 1 \quad (73)$$

Для контуров с эффектом Гиббса значения  $R_E$  будут не меньше 1, для контуров без эффекта Гиббса значения  $R_E$  будут не больше  $-1$ . Появление промежуточных значений  $-1 < R_E < 1$  возможно в случае, если значение  $n_0$  оказалось меньше, чем реальный уровень искажения контура, или если эффект ложного оконтуривания выражен слабо.

Для изображений, содержащих несколько контуров, мы выбираем базовые контуры с наибольшим значением модуля градиента, затем строим несколько профилей для отобранных контуров и вычисляем среднее значение  $R_E$  12.

### ***3.1.4.2 Определение уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью вычисления отношения направленных производных в окрестности базовых контуров***

Альтернативой для метода, описанного в разделе 3.1.4.1, основанного на анализе профилей отдельных контуров, является интегральный подход для анализа уровня эффекта Гиббса 13.

Осцилляции эффекта Гиббса располагаются параллельно породившему их контуру. Таким образом, можно предположить, что в окрестности контура среднее значение модуля производной по параллельному контуру направлению  $tV$  (параллельная вариация) будет меньше, чем среднее значение модуля производной по перпендикулярному контуру направлению  $nV$  (перпендикулярная вариация).

Для вычисления  $tV$  и  $nV$  для всего изображения мы используем следующий алгоритм:

1. Взятие подмножества области базовых контуров с расстоянием до ближайшего базового контура в интервале от  $d$  до  $\alpha d$ , где  $\alpha$  определяет максимальное количество рассматриваемых осцилляций эффекта Гиббса. Мы используем  $\alpha = 3$ .

2. Вычисление направления осцилляций эффекта Гиббса и параллельной и перпендикулярной вариации для каждого пикселя. В качестве направления осцилляций эффекта Гиббса мы используем перпендикуляр к градиенту в ближайшем пикселе из множества базовых контуров.

3. Вычисление средних значений  $tV$  и  $nV$  и нахождение отношения  $R_V = nV/tV$ . Мы используем это значение как индикатор присутствия эффекта Гиббса. Если отношение близко к 1, мы считаем, что эффекта Гиббса нет. Если же оно значительно больше 1, мы считаем, что эффект Гиббса есть.

На изображениях может присутствовать шум, оказывающий большое влияние на значения вариации. Для снижения влияния шума мы анализируем вариации на изображении, размытом с помощью фильтра Гаусса с радиусом  $\sigma = kd$ . Параметр  $k$  выбирается так, чтобы сохранить осцилляции эффекта Гиббса, но подавить шум. Проанализировав множество изображений с эффектом Гиббса с различным уровнем шума, мы получили, что хорошие результаты достигаются при использовании  $k = 0.25$ .

Примеры применения разработанного алгоритма для изображений МРТ приведены на рисунке 27 раздела 3.3.3.

## ***3.2 Разработка алгоритмов подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях***

### **3.2.1 Подавление эффекта Гиббса и ложного оконтуривания для изображений общего типа**

Для подавления эффекта Гиббса на изображениях мы используем проектирование на множество изображений с ограниченной полной вариацией:

$$z_q = \arg \min_{z \in M_q} \|z - z_0\|_2, \quad (74)$$

где  $z_0$  — исходное изображение с эффектом Гиббса,  $z_q$  — результирующее изображение, множество  $M_q$  — множество изображений с ограниченной полной вариацией:

$$M_q = \{z : \|z\|_V \leq q \|z_0\|_V\}, \quad (75)$$

$$\|z\|_V = \sum_{i,j} |\nabla z_{i,j}|. \quad (76)$$

Параметр  $q: 0 < q \leq 1$  задаёт уровень подавления эффекта Гиббса. Высокие значения приводят к меньшему подавлению эффекта Гиббса.

Параметр  $q$  подбирается в автоматическом режиме: искомое значение  $q$  — это максимально возможное значение, при котором  $R_E$  изображения не превышает требуемое значение.

Примеры использования данного алгоритма для изображения “barbara” приведены на рисунке 21. Значение SSIM — это метрика SSIM, между референсным изображением и текущим, вычисленная по всему изображению, SSIM(BEP) и SSIM(BEN) — значения SSIM, вычисленные по областям BEP и BEN, введённым в разделе 3.1.2.2. Повышение значений метрик было достигнуто при достижении значения  $R_E = 1$ .



Исходное изображение с эффектом Гиббса,  
значение  $R_E = 1.7$ .

SSIM = 0.9500, SSIM(BEP) = 0.9523,  
SSIM(BEN) = 0.9725.



Результат подавления эффекта Гиббса,  
требуемое значение  $R_E = -1$ .

SSIM = 0.9456, SSIM(BEP) = 0.9481,  
SSIM(BEN) = 0.9718.



Результат подавления эффекта Гиббса,  
требуемое значение  $R_E = 0$ .

SSIM = 0.9495, SSIM(BEP) = 0.9519,  
SSIM(BEN) = 0.9733.



Результат подавления эффекта Гиббса,  
требуемое значение  $R_E = 1$ .

SSIM = 0.9505, SSIM(BEP) = 0.9529,  
SSIM(BEN) = 0.9735.

Рисунок 21 — Пример подавления эффекта Гиббса для изображений общего типа.

### 3.2.2 Подавление эффекта Гиббса и ложного оконтуривания после повышения разрешения изображений

При подавлении эффекта Гиббса после повышения разрешения изображений параметр  $q$  в (74) может быть оценён через изображение низкого разрешения 14, 15. Будем использовать тот факт, что полная вариация равна сумме длин линий уровня 2. Так как алгоритм повышения разрешения изображений не должен добавлять или удалять контуры, то и длина линий уровня не должна меняться при переходе на более мелкую сетку. Значит, полная вариация изображения высокого разрешения должна быть равна полной вариации изображения низкого разрешения  $u$ , а метод (74) модифицируется в

$$z_0 = \arg \min_{\|z\|_V \leq \|u\|_V} \|z - z_0\|_2, \quad (77)$$

Так как изображение может состоять из достаточно разнородных участков, глобальное подавление полной вариации может привести к тому, что в одних участках помимо эффекта Гиббса могут быть подавлены мелкие детали, тогда как в других участках эффект Гиббса не будет полностью подавлен. Для того, чтобы учесть локальные особенности изображений, мы используем блочный подход 15. В этом случае изображение разбивается на перекрывающиеся блоки, и подавление эффекта Гиббса производится независимо для каждого блока с помощью метода (77). Затем из блоков восстанавливается изображение высокого разрешения.

Пример подавления эффекта Гиббса после повышения разрешения изображений приведён на рисунке 22.



Изображение низкого разрешения.



Увеличенное изображение с эффектом ложного оконтуривания,  $R_E = 8$ ,  
 $SSIM = 0.9779$ .



Результат применения алгоритма (77) для подавления эффекта ложного оконтуривания,  $R_E = -0.7$ ,  
 $SSIM = 0.9827$ .



Результат применения алгоритма (77) с блочным подходом для подавления эффекта ложного оконтуривания,  $R_E = -1.5$ ,  
 $SSIM = 0.9812$ .

Рисунок 22 — Пример подавления эффекта Гиббса после повышения разрешения изображений.

### 3.2.3 Подавление размытия и повышение резкости с контролем уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания

Параметр  $\alpha$  в методе нерезкого маскирования (см. раздел 2.2.3.1) может быть выбран с контролем уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. Для этого достаточно определить максимально допустимое значение  $R_E$ , а затем пошагово увеличивать  $\alpha$  до достижения  $R_E$ .

Аналогичный подход можно применить и к регуляризирующему методу подавления размытия (см. раздел 2.2.3.2):

$$z_R = \arg \min_{z: \|z\|_V \leq q} \|z_\alpha - z\|, \quad (78)$$

где параметр  $q$  выбирается таким, чтобы значение  $R_E$  не превышало заданного порога.

### 3.3 Практические применения алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания

Разработанные алгоритмы обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания были использованы для практических применений:

1. Для задачи повышения качества изображений текста 18.
2. Для задачи повышения резкости изображений глазного дна с использованием контроля эффекта ложного оконтуривания 16, 17.
3. Для задачи подавления эффекта ложного оконтуривания в медицинских изображениях МРТ 13.

#### 3.3.1 Повышение качества изображений текста

Для повышения качества изображений текста был использован следующий алгоритм:

$$z_\alpha = \arg \min_{z'} \left( \|z' - z\|^2 + \lambda_1 \|z'\|_{BTV} + \lambda_2 P_b[z'] \right), \quad (79)$$

где  $\|z'\|_{BTV}$  — функционал билатеральной полной вариации (27),  $P_b[z']$  — бимодальная штрафная функция 18, имеющая два минимума в районе интенсивности фона и в районе интенсивности текста.

Подавление эффекта Гиббса и ложного оконтуривания осуществляется за счёт минимизации функционала билатеральной полной вариации, параметр  $\lambda_1$  является параметром регуляризации. Использование малых значений  $\lambda_1$  приводит к сохранению артефакта ложного оконтуривания, тогда как при больших значениях  $\lambda_1$  происходит потеря мелких деталей изображения.

На рисунке 23 приведены результаты применения разработанного алгоритма повышения качества изображений текста.

Euclidean distance tra  
gion of interest. Right  
the nearest black pixel

Референсное изображение.

Euclidean distance tra  
gion of interest. Right  
the nearest black pixel

Испорченное изображение,  
MSE = 68.81, TV = 20.49.

Euclidean distance tra  
gion of interest. Right  
the nearest black pixel

Результат выделения базовых контуров и областей базовых контуров.

Euclidean distance tra  
gion of interest. Right  
the nearest black pixel

Результат повышения качества,  
MSE = 47.73, TV = 5.12.

Рисунок 23 — Результаты повышения качества изображений текста.

### 3.3.2 Повышение резкости изображений глазного дна с использованием контроля эффекта ложного оконтуривания

В рамках проекта был разработан алгоритм повышения резкости изображения глазного дна с обратной связью в виде контроля уровня эффекта ложного оконтуривания 16, 17.

В последнее время важность задачи автоматического анализа качества изображений глазного дна значительно возросла. Однако методам оценки уровня

размытия изображений глазного дна не было уделено достаточно внимания. Изображения глазного дна получают при помощи различных камер, которыми оперируют люди с различным опытом работы в этой области, что приводит к множеству изображений различных уровней качества, и на некоторых из изображений патологии не могут быть однозначно обнаружены или появляются там, где их нет. Подобным изображениям низкого качества офтальмолог должен уделить особое внимание и при необходимости переснять глазное дно пациента.

Пример изображения глазного дна приведён на рисунке 24.

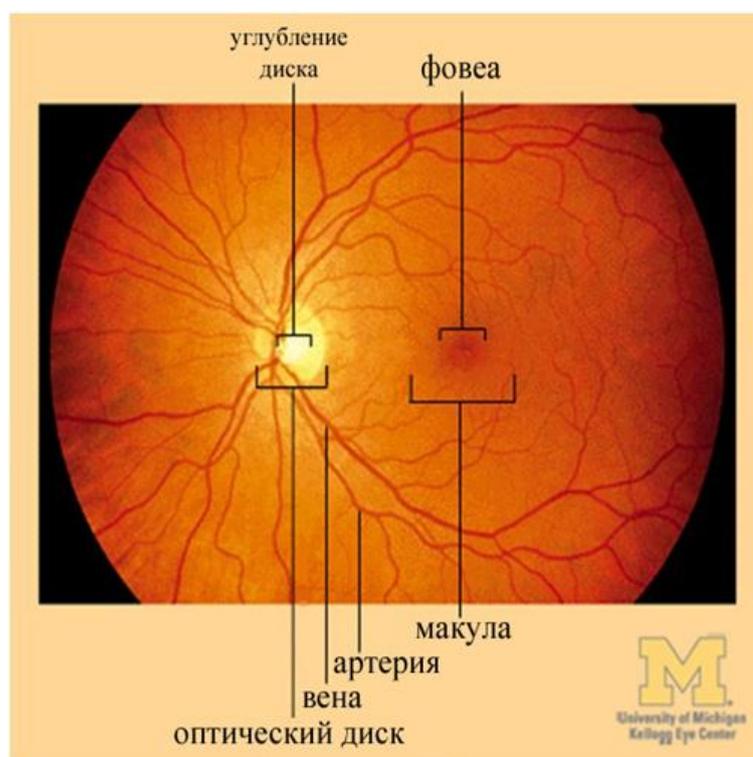


Рисунок 24 — Изображение глазного дна

В рамках данной работы анализируются профили самых широких сосудов на изображении. Для выделения сегментов этих сосудов используется следующий алгоритм:

- а) Проводится операция скелетизации маски сосудистого дерева,
- б) Выделяются только сегменты длиной свыше удвоенной ширины самых широких сосудов,
- в) Массив сегментов, полученных на предыдущем шаге алгоритма, сортируется в порядке убывания ширины сегмента,
- г) Выбирается 50 самых широких сегментов,

- д) Для каждого сегмента находится его центр и направление. Профиль границы вычисляется по сечению сегмента.

Для достижения удовлетворительных результатов сравнения двух изображений глазного дна следует принимать во внимание не только среднюю ширину границ изображений, но так же и амплитуду этих границ. Медиана взвешенных ширин границ изображения принимается за значение уровня размытия изображения. Веса выбираются обратно пропорционально амплитуде границ изображения  $10/A$ .

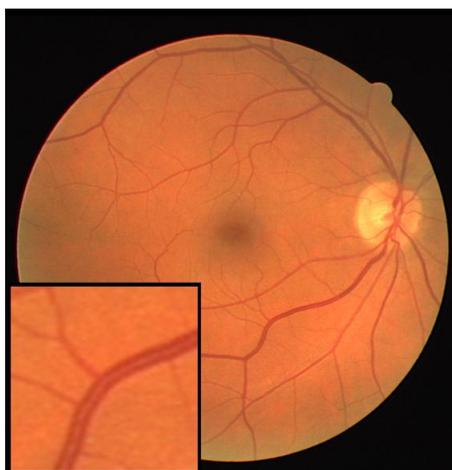
Таким образом окончательный алгоритм для вычисления уровня размытия изображения выглядит следующим образом:

- а) Вычисляется амплитуда профиля границы  $A_i$ , и профиль нормализуется таким образом, чтобы все значения лежали в интервале от 0 до 1,
- б) Для каждого нормализованного профиля границы вычисляется значение ширины границы с помощью разработанного алгоритма (см. раздел 3.1.1). Затем вычисляется значение  $W_i$ , принимающее во внимание предварительное размытие, направленное на подавление шума на изображении:  $W_i = \sqrt{\sigma^2 - \sigma_B^2}$ ,
- в) Вычислить взвешенные значения ширин границ изображения:  $e_i = 10 \frac{W_i}{A_i}$ ,
- г) Выбрать медианное значение  $e_m$  из полученного множества значений  $\{e_i\}$ .

После оценки уровня размытия изображения производится повышение резкости изображения глазного дна. Для этого используется операция нерезкого масирования.

Одной из проблем повышения резкости изображений является возникновение эффекта ложного оконтуривания при сильном повышении резкости изображения. В модели нерезкого масирования параметры выбираются согласно оцененной средней ширине границ изображения и оценке наличия эффекта ложного оконтуривания.

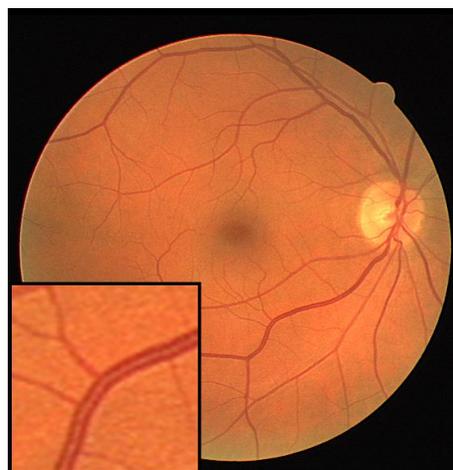
На рисунке 25 приведены результаты повышения резкости изображений глазного дна с контролем уровня эффекта ложного оконтуривания.



Исходное изображение,  $R_V = 1.33$



$\alpha = 1.5$ ,  $R_V = 1.46$



$\alpha = 2$ ,  $R_V = 1.55$

Рисунок 25 — Результаты повышения резкости глазного дна с помощью нерезкого маскирования с контролем эффекта ложного оконтуривания, оценка  $\sigma = 1.23$ .

### 3.3.3 Подавление эффекта ложного оконтуривания в медицинских изображениях МРТ

Магнитно-резонансная томография (МРТ) — это медицинский метод неразрушающего исследования и визуализации внутренних органов человеческого тела.

На изображениях МРТ возможно присутствие различных артефактов, некоторые из них влияют на качество диагностики, тогда как некоторые артефакты могут быть спутаны с патологиями. Существует три основных источника возникновения артефактов 19:

- Артефакты, причиной которых является движение пациента или отображаемого объекта, движение жидкостей организма, искажения поля вследствие присутствия металлических объектов.
- Артефакты, вносимые аппаратурой: радиочастотный квадратурный артефакт, радиочастотная неоднородность, шум, влияние внешнего магнитного поля, артефакты градиентов.
- Артефакты, возникающие при программной обработке при семплировании данных: артефакт химического сдвига, артефакты частичного объёма, артефакты заворота и эффект Гиббса (звон, ложное оконтуривание, артефакт отсечения частот).

В данной работе рассматривается задача обнаружения и подавления эффекта Гиббса на изображениях МРТ.

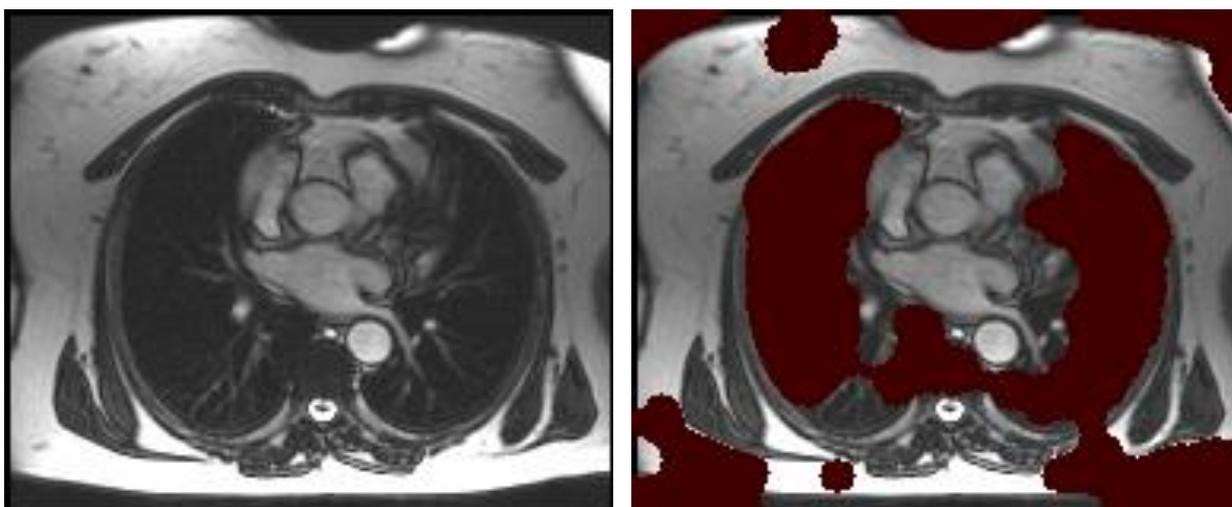
В МРТ измеряются интегральные величины, которые пересчитываются в частотные Фурье-коэффициенты, для получения обычного изображения применяется обратное преобразование Фурье. На практике для уменьшения времени измерения и для получения адекватного соотношения сигнала к шуму ограничивается количество измеряемых величин. Это приводит к частотному ограничению. В результате при применении обратного преобразования Фурье получается изображение с ограниченным разрешением и эффектом Гиббса возле резких контуров.

Для повышения качества изображений МРТ были разработаны методы подавления эффекта Гиббса. Эти методы включают в себя реконструкцию с помощью преобразования Гегенбауэра, регуляризирующие методы 20, методы сжатия вейвлетов 21, вероятностные подходы 22.

Задача обнаружения эффекта Гиббса на изображениях МРТ изучена недостаточно. Большинство существующих методов обнаружения эффекта Гиббса нацелены на детектирование эффекта Гиббса и артефакта ложного оконтуривания, внесённого определёнными алгоритмами обработки и сжатия изображений, такими как JPEG-2000 23, 24.

Мы используем следующий алгоритм для оценки уровня эффекта Гиббса на изображениях МРТ:

а) Этап преобработки, заключающийся в удалении тёмных и светлых областей из дальнейшего анализа. Это достигается с помощью нахождения пикселей с интенсивностью ниже  $I_{\min}$  или выше  $I_{\max}$  и применения морфологического открытия и закрытия к полученному множеству пикселей. Мы используем  $I_{\min} = 64$ ,  $I_{\max} = 192$ , морфологические операции применяются с круговым структурным элементом с радиусом в 5 пикселей. Пример нахождения рабочей области показан на рисунке 26.



а) исходное изображение

б) рабочая область

Рисунок 26 — Нахождение рабочей области для обнаружения эффекта Гиббса. Области, не подходящие для анализа эффекта Гиббса, обозначены тёмным цветом на правом изображении.

б) Оценка ширины контуров с помощью разработанного метода (см. раздел 3.1.1).

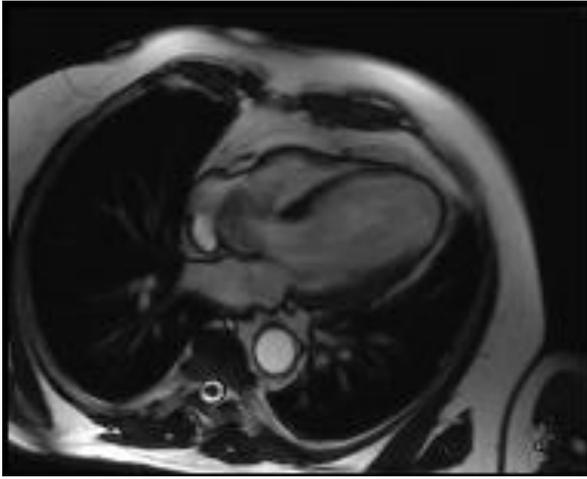
в) Нахождение базовых контуров и областей базовых контуров.

г) Применение разработанного алгоритма оценки уровня эффекта Гиббса (см. раздел 3.1.4.2).

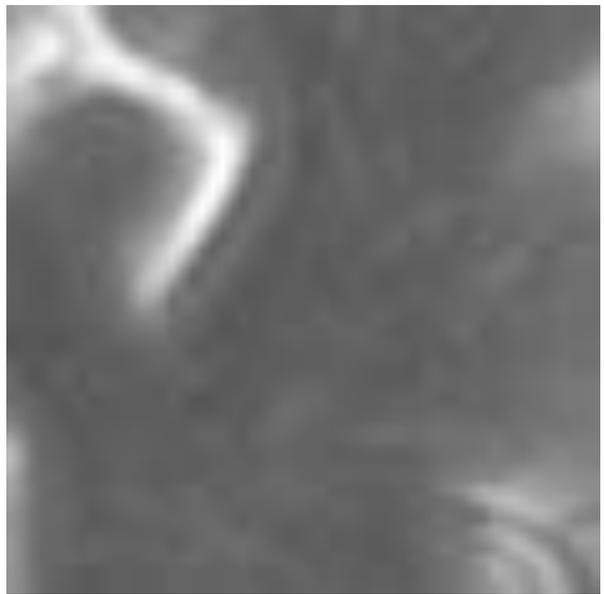
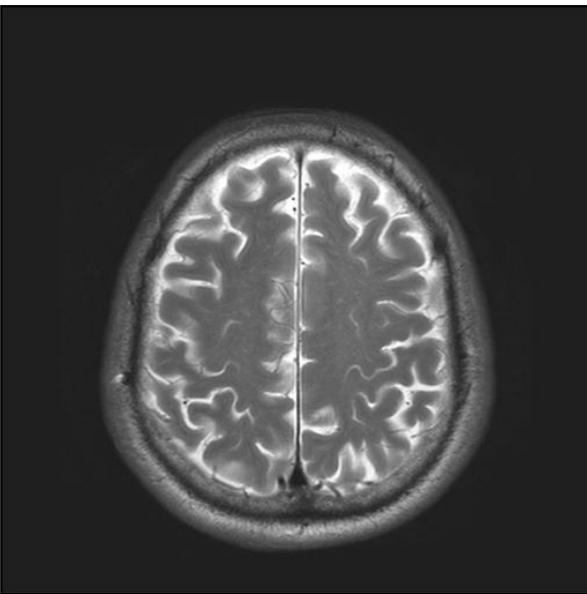
Мы протестировали предложенный метод на реальных изображениях МРТ с эффектом Гиббса и на изображениях МРТ с искусственно добавленным эффектом Гиббса.

Эффект Гиббса моделировался путём отсечения высокочастотных коэффициентов при преобразовании Фурье.

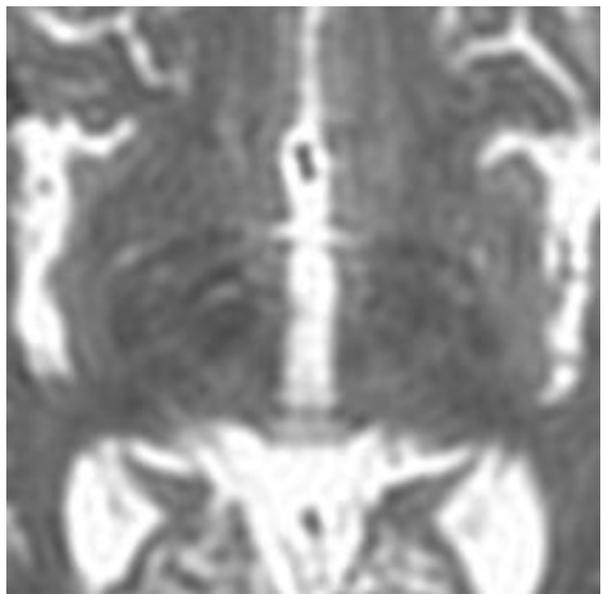
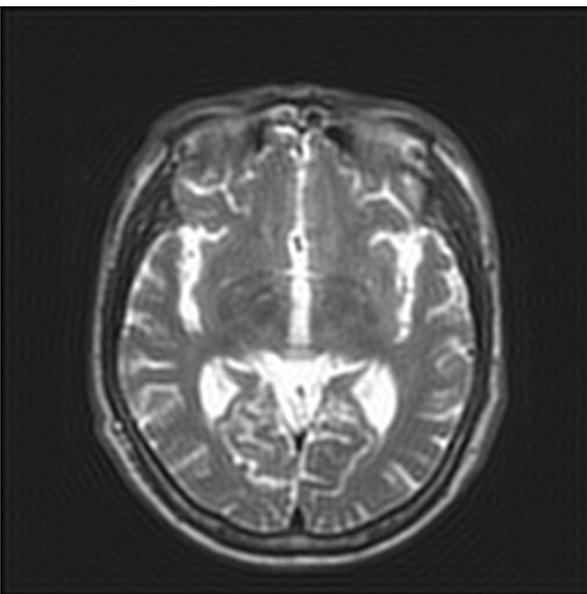
Результаты показаны на рисунке 27.



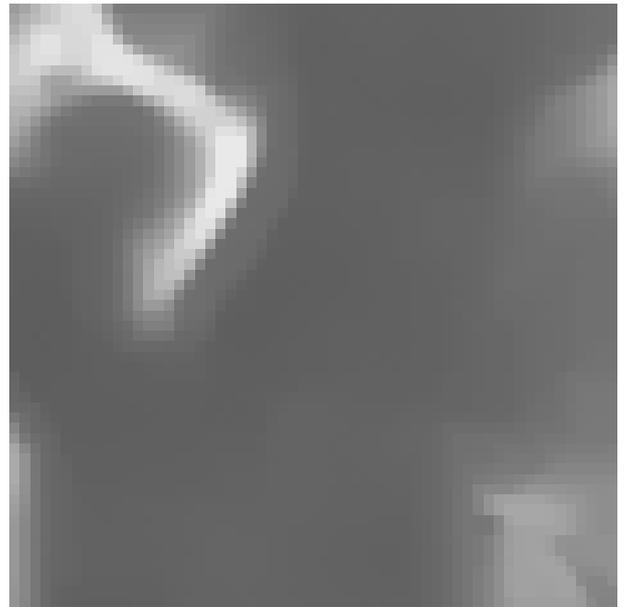
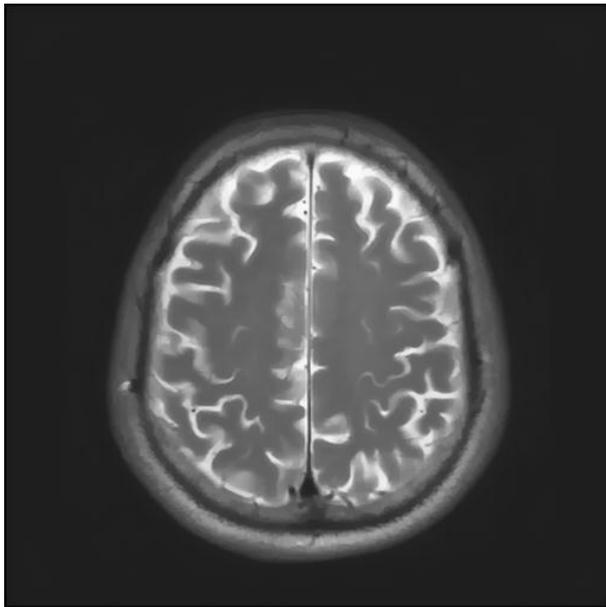
а) изображение без эффекта Гиббса и его фрагмент,  $R_V = 0.93$ .



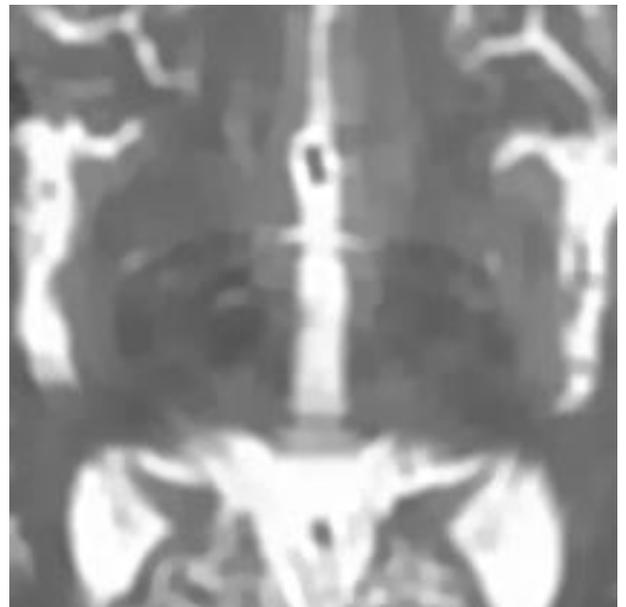
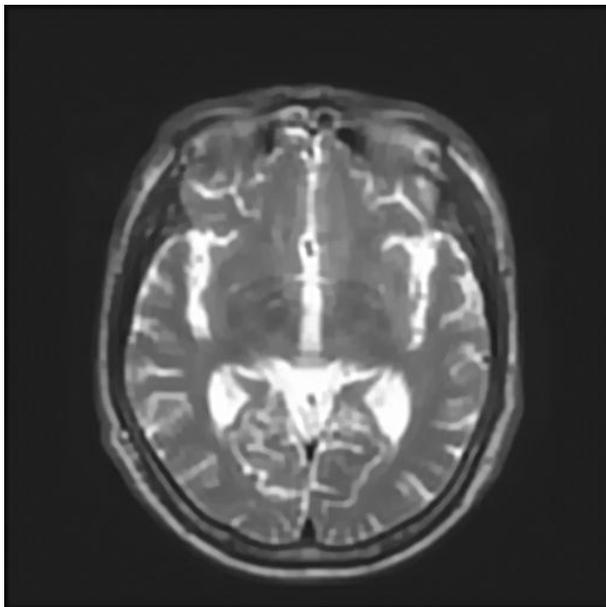
б) изображение с реальным эффектом Гиббса и его фрагмент,  $R_V = 1.86$ .



в) изображение с искусственным эффектом Гиббса и его фрагмент,  $R_V = 2$ .



г) результат подавления эффекта Гиббса (2) для изображения б),  $q = 0.7$ ,  $R_v = 0.95$ .



д) результат подавления эффекта Гиббса (2) для изображения в),  $q = 0.7$ ,  $R_v = 1.05$ .

Рисунок 27 — Результаты обнаружения и подавления эффекта Гиббса на изображениях МРТ.

## **4 СОЗДАНИЕ И НАПОЛНЕНИЕ ТЕСТОВОЙ БАЗЫ ДАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, СЖАТЫХ JPEG2000 И ДРУГИМИ АЛГОРИТМАМИ, С ЭФФЕКТОМ ГИББСА И ЛОЖНЫМ ОКОНТУРИВАНИЕМ**

Среди методов сжатия можно выделить два класса методов, приводящих к появлению эффекта Гиббса и ложного оконтуривания: методы сжатия, использующие дискретное косинусное преобразование (ДКП), и методы сжатия, использующие дискретное вейвлет-преобразование.

Сжатие изображения с потерей информации подразумевает компромисс между размером файла и качеством изображения, чтобы добиться оптимального уровня компрессии. С уменьшением размера файла ухудшение качества изображения становится все заметнее: например, при сжатии алгоритмом JPEG возникает эффект ложного оконтуривания вследствие усеченных и неперекрывающихся преобразований. В преемнике JPEG, JPEG2000, используются вейвлет-преобразования и удастся достичь более высокой степени сжатия, но качество изображения все равно страдает: дискретизация высокочастотных коэффициентов вейвлетов приводит к возникновению ложных контуров вокруг контуров и неоднородностей на сжатом изображении.

### ***4.1 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при сжатии JPEG***

Алгоритм JPEG состоит из следующих этапов:

- а) Перевод изображения из RGB в цветовое пространство YCbCr.
- б) Разбиение изображения на блоки 8x8.
- в) Выполнение дискретного косинусного преобразования в каждом из блоков.
- г) Квантование коэффициентов дискретного косинусного преобразования.
- д) Запись коэффициентов в файл.

Потеря высокочастотной информации происходит на этапе г).

Алгоритм сжатия JPEG используется для моделирования эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на тестовых изображениях из созданной базы данных.

Результаты сжатия JPEG были интегрированы в общую структуру базы данных (см. рисунке 12 из раздела 2.4) и помещены в поддиректорию “compressed”.

Поддиректория “compressed” содержит следующие файлы, относящиеся к сжатию JPEG:

- Файл “jpeg\_1.png” — сжатие JPEG с качеством 10 (низкое качество) стандартными программными средствами платформы Microsoft .NET.
- Файл “jpeg\_2.png” — сжатие JPEG с качеством 40 (среднее качество).
- Файл “jpeg\_3.png” — сжатие JPEG с качеством 70 (качество выше среднего).

Примеры изображений, включённых в базу данных, приведены на рисунке 28.

## ***4.2 Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при сжатии JPEG2000***

В JPEG2000 вместо дискретного косинусного преобразования используется вейвлет-преобразование. В отличие от сжатия с использованием ДКП, при вейвлет-сжатии не производится деление изображения на блоки, а вместо ДКП используется дискретное вейвлет-преобразование (ДВП). Квантование коэффициентов ДВП при высоких коэффициентах компрессии приводит к эффекту ложного оконтуривания.

В алгоритме JPEG2000 при сжатии с потерями используется вейвлет CDF9/7 25.

Результаты сжатия JPEG2000 были интегрированы в общую структуру базы данных (см. рисунке 12 из раздела 2.4) и помещены в поддиректорию “compressed”.

Поддиректория “compressed” содержит следующие файлы, относящиеся к сжатию JPEG2000:

- Файл “wavelet\_w1\_q1.png” — сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.1 бит/пиксель (низкое качество).
- Файл “wavelet\_w1\_q2.png” — сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.25 бит/пиксель (среднее качество).
- Файл “wavelet\_w1\_q3.png” — сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.5 бит/пиксель (качество выше среднего).

Примеры изображений, включённых в базу данных, приведены на рисунке 29.



Оригинал



Сжатие JPEG с качеством 10



Сжатие JPEG с качеством 40



Сжатие JPEG с качеством 70

Рисунок 28 — Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью сжатия JPEG (на примере изображения “peppers”).



Оригинал



Сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.1



Сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.25



Сжатие JPEG2000 с битрейтом 0.5

Рисунок 29 — Моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания с помощью сжатия JPEG (на примере изображения “parrots”).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На втором этапе работ «Теоретические исследования поставленных перед НИР задач» по проекту «Исследования и разработка методов автоматического обнаружения и подавления артефакта ложного оконтуривания для современных технологий компьютерной обработки изображений» был проведён комплекс исследований, нацеленных на создание алгоритма обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях.

Разработана программа и методика тестирования разрабатываемых алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. Ключевым моментом методики стало создание базы данных изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием.

Созданная база данных включает в себя следующие способы получения изображений с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием: получение эффекта Гиббса в чистом виде путём воздействия низкочастотных фильтров на изображение, моделирование артефакта ложного оконтуривания при повышении разрешения изображений, моделирование артефакта ложного оконтуривания при подавлении размытия, моделирование артефакта ложного оконтуривания при повышении локального контраста, моделирование артефакта ложного оконтуривания в результате компрессии изображений, получение изображений с эффектом ложного оконтуривания в реальных условиях при магнитно-резонансной томографии и при искажении видеосигнала при передаче через аналоговые каналы связи. Также рассматривается специальный случай моделирования эффекта ложного оконтуривания при обработке радиально-симметричных изображений с помощью полиномов Лагерра.

Созданная база данных состоит из двух частей: референсная и нереференсная части. Референсная часть содержит 32 тестовых изображений высокого качества, для которых осуществляется моделирование эффекта Гиббса и ложного оконтуривания. Среди этих изображений выделены три подгруппы: основная подгруппа (24 изображения), состоящая из фотографических изображений, являющихся стандартными изображениями для тестирования различных алгоритмов обработки изображений и включённых в популярные базы изображений; подгруппа телевизионных изображений (5 изображений) — тестовые

изображения, которые дополнительно были подвергнуты аналоговой передаче при телевещании; подгруппа радиально-симметричных изображений (3 изображения) — тестовые изображения, для которых эффект Гиббса был дополнительно смоделирован при реконструкции изображения с помощью разложения по полиномам Лагерра.

Проведён экспериментальный анализ зависимости значения взвешенной полной вариации ступенчатого контура на различных масштабах (в терминах пространства переменных разрешений) при наличии и отсутствии эффект Гиббса при разном уровне шума. Экспериментальный анализ показал, что множества значений взвешенной полной вариации для контуров с эффектом Гиббса и для контуров без эффекта Гиббса не пересекаются при использовании определённых масштабов. Получена линейная зависимость между значением оптимального масштаба для анализа эффекта Гиббса и ложного оконтуривания и шириной единичной осцилляции эффекта Гиббса.

Проведён теоретический анализ значений ширины единичной осцилляции эффекта Гиббса и ширины перехода для ступенчатого контура при низкочастотной фильтрации. Разработан метод вычисления ширины контура для оценки ширины осцилляции эффекта Гиббса, основанный на анализе высот локальных максимумов функции профиля контура при применении метода нерезкого маскирования.

На основе проведённого анализа разработан алгоритм оценки уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях. Алгоритм использует метод поиска базовых контуров, в окрестности которых обнаруживается эффект Гиббса и ложное оконтуривание. Метод поиска базовых контуров основан на методах математической морфологии. Основными требованиями к контурам были следующие требования: осцилляции эффекта Гиббса не должны детектироваться как контуры, интересующие нас контуры должны быть достаточно удалены друг от друга, не должно происходить эффекта маскирования и смещения контуров при потере высокочастотной информации.

Предложено два варианта алгоритма оценки уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях: в первом варианте производится оценка уровня эффекта Гиббса для нескольких профилей базовых контуров с последующим усреднением значения, во втором варианте применяется

интегральный подход, заключающийся в вычислении отношения среднего значения модуля производной по направлению, параллельному ближайшему контуру, к среднему значения модуля производной по направлению, перпендикулярному ближайшему контуру, в окрестности базовых контуров.

Разработан комплекс алгоритмов для подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания на изображениях. Для изображений общего типа был разработан алгоритм, основанный на проектировании изображения на множество изображений с ограниченной полной вариацией. Значение полной вариации выбирается таким образом, чтобы достичь требуемого значения оценки уровня эффекта Гиббса и ложного оконтуривания при наименьшем отклонении от исходного изображения.

Для задачи подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания после повышения разрешения изображений был предложен метод выбора значения полной вариации в явном виде. Дополнительно был предложен блочный подход, позволяющий сгладить неравномерность подавления эффекта Гиббса для изображений с неоднородной структурой.

Рассмотрены применения разработанных алгоритмов обнаружения и подавления эффекта Гиббса и ложного оконтуривания для задачи повышения резкости изображений глазного дна, для задачи подавления эффекта Гиббса на изображениях магнитно-резонансной томографии и для задачи повышения качества изображений текста.

Полученные результаты и уточнение плана проведения дальнейших работ проводилось, в том числе, в рамках обсуждения методов автоматического обнаружения и подавления артефакта ложного оконтуривания с участниками международных конференций:

- международной конференции по обработке изображений и сигналов CISP 2012 (Чунцин, Китай, 16–18 октября 2012 г.);
- международному конгрессу по биомедицинскому инжинирингу и информатике BMEI 2012 (Чунцин, Китай, 16–18 октября 2012 г.);
- международном семинаре по информационной науке и информационным технологиям IScIDE2012;
- международной конференции по компьютерной графике и зрению GraphiCon'2012 (Москва, 1–5 октября 2012 г.);

- международной конференции по цифровой обработке сигналов её применениям DSPA 2012 (Москва, 28–30 марта 2012 г.);
- 8-м Открытом российско-немецком семинаре "Распознавание образов и понимание изображений" РОПИ-8-2011 (Нижний Новгород, 21–26 ноября 2011 г.).

Составной частью отчета являются следующие результаты, полученные иностранным партнером - институтом СБИС Чжецзянского университета, Китай:

- наполнение тестовой базы данных изображениями, сжатыми JPEG2000 и другими алгоритмами, с эффектом Гиббса и ложным оконтуриванием. Данная база представляет собой дополнение основной базы.

Обсуждение полученных результатов и плана дальнейших совместных работ с иностранным партнером проведено в рамках визита профессора А.С. Крылова, м.н.с. Насонова А.В. и математика Насоновой А.А. в Ханчжоу 19–24 октября 2012 г. В рамках данного визита также проведена стажировка на базе организации иностранного партнера — института СБИС Чжецзянского университета для 2 молодых специалистов на срок 5 рабочих дней.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. H. Hu. Low Cost Robust Blur Estimator // IEEE International Conference on Image Processing (ICIP) 2006, pp. 617–620.
2. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов, М.: Мир, 2005, – 671 с.
3. A. Krylov, D. Korchagin. “Fast Hermite Projection Method” // Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4141, 2006, pp. 329–338.
4. Blu T., Thevenaz P., Unser M. Linear interpolation revitalized // IEEE Transactions on Image Processing. — 2004. — Vol. 13, no. 5. — Pp. 710–719.
5. Lukin A. S., Krylov A. S., Nasonov A. V. Image interpolation by super-resolution // Proceedings of GraphiCon’2006. — 2006. — Pp. 239–242.
6. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. С. 288.
7. Fast and robust multi-frame super-resolution / S. Farsiu, D. Robinson, M. Elad, P. Milanfar // IEEE Transactions on Image Processing . — 2004. — Vol. 13, no. 10. — Pp. 1327–1344.
8. J.W.Nibler, G.W.Knighten: “Spectroscopy of Coherent anti-Stokes Raman Scattering”, in Raman Spectroscopy of Gases and Liquids. Ed. A.Weber. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New-York (1979).
9. K. A. Vereschagin, V. V. Smirnov, O. M. Stel'makh, V. I. Fabelinsky, W. Clauss, D. N. Klimenko, M. Oswald and A. K. Vereschagin "Single-shot high-resolution dual-broadband CARS interferometric lineshape spectroscopy", J.Raman Spectrosc., Vol. 36, (2005), pp. 134–138.
10. H.R. Sheikh, Z.Wang, L. Cormack and A.C. Bovik, "LIVE Image Quality Assessment Database Release 2", <http://live.ece.utexas.edu/research/quality>

11. Allan G. Weber. USC-SIPI Report #315: The USC-SIPI Image Database: Version 5 // Signal and Image Processing Institute, University of Southern California, <http://sipi.usc.edu/database/>
12. A. V. Nasonov, A. S. Krylov. “Adaptive Image Deringing” // In: 19-th International Conference on Computer Graphics GraphiCon'2009. Moscow, Russia, 2009, pp. 151–154.
13. A. M. Yatchenko, A. S. Krylov, A. V. Nasonov. “MRI medical image ringing detection and suppression” // In: 8th Open German-Russian Workshop “Pattern Recognition and Image Understanding” (OGRW-8-2011). Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, November 21-26, 2011, 2011, pp. 259–262.
14. А. В. Насонов. «Программное повышение разрешения и подавление эффекта Гиббса на изображениях» // в: Сборник аннотаций работ 6-й Курчатовской молодёжной научной школы. Москва, 2008, с. 153.
15. A. Krylov, A. Nasonov. “Adaptive Total Variation Deringing Method for Image Interpolation” // In: Proceedings of International Conference on Image Processing (ICIP'08). San Diego, USA, 2008, pp. 2608–2611.
16. A. A. Chernomorets, A. V. Nasonov. “Deblurring in fundus images” // In: 22-th International Conference on Computer Graphics GraphiCon'2012. Moscow, Russia, 2012, pp. 76–79.
17. A. A. Chernomorets, A. S. Krylov. “Blur detection in fundus images” // In: IEEE Proceedings of 5th International Conference on BioMedical Engineering and Informatics (BMEI 2012). China, Chongqing, 2012, pp. 186–189.
18. A. V. Nasonov, A. S. Krylov. “Text images superresolution and enhancement” // In: IEEE Proceedings of 5th International Congress on Image and Signal Processing (CISP 2012). China, Chongqing, 2012, pp. 728–731.

19. L. J. Erasmus, D. Hurter, M. Naudé, H. G. Kritzinger, and S. Acho “A short overview of MRI artefacts” // South African Journal of Radiology 2004, vol. 8, no. 2, pp.13-17.
20. S. J. Lee “An improved method for reduction of truncation artifact in magnetic resonance imaging” // Proceedings of SPIE: Applications of Digital Image Processing 1998; vol. 4360: pp.587–598.
21. C. W. Kok, Y. Hui, and T. Q. Nguyen “MRI Truncation Artifact Reduction via Wavelet Shrinkage” // Proceedings of SPIE: Applications of Digital Image Processing 1997; vol. 3078: pp.301–311.
22. C. Jung and L. Jiao “Novel Bayesian deringing method in image interpolation and compression using a SGLI prior” // Optics Express 2010, Vol. 18, Issue 7, pp. 7138–7149.
23. Madhuri Khambete and Madhuri Joshi, “Blur and ringing artifact measurement in image compression using wavelet transform” // Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, vol. 20, pp. 183–186, 2007.
24. Bo-Xin Zuo, “Perceptual ringing metric to evaluate the quality of images restored using blind deconvolution algorithms” // Optical Engineering, vol. 48, no. 3, pp. 037004, 2009.
25. Cohen, A.; Daubechies, I.; Feauveau, J. -C. (1992). "Biorthogonal bases of compactly supported wavelets". Communications on Pure and Applied Mathematics 45 (5): 485–560.